الفصل الرابع

برمجـــة الأهداف

* مقدمـــــة .
* حالة عدم وجود حل ممكن .
* تعدد الأهداف ووضع الأولويات .
* صياغة وتمثيل وحل نموذج برمجة الأهداف بيانيا .
* صياغة وحل نموذج برمجة الأهداف بطريقـــــة السمبلكس .
* تحليل حساسية نتائج حل نموذج برمجة الأهداف .

الفصل الرابع

برمجـــة الأهـــداف

Goal programing

مقدمـة :

تناولنا فى الفصول الثلاثة المتقدمة موضـــوع البرمجة الخطية ، وقد أوضحنا فيها كيفية التعامل مع تلك المشاكل التى تتصف بأنها ذات هدف واحـــد ، أو مايطلق عليه المشاكل وحيدة الهدف ، والتى كان لهـــا على الاقل حل واحد ممكن . ولذلك وجدنا أن الصياغـــة الرياضية لنموذج البرمجة الخطية كان يتضمن هدفـــا واحدا في دالة الهدف (تخفيض أو تعظيم) في ضوء التقيد والالتزام بعدد من القيود . ونموذج البرمجة الخطيـــة على الصورة التى تناولناها في معالجة المشاكل وحيـدة الهدف يتفق مع النظرية الاقتصادية التي تـــرى أن أي منشأة تسعى لتحقيق هدف وحيد ومحدد تجند كافـــة امكاناتها لتحقيقه وبلوغه ، ولذلك نجد أن نمـــوذج البرمجة الخطية يعتمد على ايجاد الحل الأمثل لمشكلـــة تم صياغتها على صورة نموذج رياضي يتضمن هدفا واحـدا يعبر عنه بدالة هدف النموذج مع الخضوع لعدد مـــن القيود المتجانسة أو غير المتعارضة .

وظهرت الكثير من الكتابات فى السنوات الأخيـــرة مؤكدة أن هدف تحقيق وتعظيم الربح لايعتبر بمثابـــة الهدف الوحيد الذى تجند له المنشأة كافة امكاناتهـــا للوصول اليه ، ولكن المنشأة تسعى الى تحقيق أهـــداف متعددة Multiple objectives ،فمتطلبات الحيـــاة العملية والظروف والضغوط التى تفرضها وكذلك واقـــع المنشأة وظروفها الداخلية ، كل ذلك جعل المنشأة تسعى

لتحقيق مجموعة من الاهداف اقتصادية وغير اقتصادية ، وغالبا مايوجد تعارض وتناقض واضح في تلك الأهداف ، وسواء كان ظهور تلك الاهداف والأخذ بها والسعى الى تحقيقها ، نتيجة ضغوط وظروف من خارج المنشأة ،أو نتيجة رغبة الادارة ذاتها ،فان ذلك لايغير من حقيقة أن الاهداف غير الاقتصادية قائمة وموجودة وتوجد تعارضا وتناقضا مع الأهداف الأخرى .

ونتيجة للاهتمام المتزايد بدراسة مشاكل تعدد الأهداف ، وماقد ينتج عنه من تعارض وتناقض بين تلك الاهداف ، ونتيجة لقصور النماذج التقليدية للبرمجة الخطية فى معالجة هذا النوع من المشاكل ،لذلك فقد آثرنا ان نخصص هذا الفصل لتناول واستعراض الطريقة التي يمكن أن نعالج بها المشاكل متعددة الأهداف .

وهذه الطريقة والتى تستخدم في معالجة هذه النوعية من المشاكل يطلق عليها اصطلاح نموذج برمجة الأهداف Goal Programming Model ، وقد اطلق عليها هذا الاسم لأنها تحاول ان تفي أو تحقق مجموعة من الأهداف المتعددة أو المستويات المحددة للأهداف ، ولذلك تتطلب تلك الطريقة أن توضع تلك الأهداف فى صورة Priority order ثم محاولة تخفيض مقدار عدم تحقيق أي هدف Underachievement مبتدئين بهدف الاولوية الأعلى Higher-Priority Goal ، وحيث أنه لايوجد حل يمكننا من تحقيق كافة الاهداف في آن واحد (لوجود تعارض وتناقض بينها) ، فان الحل الأمثل يكون عندما يتم تخفيض مقدار عدم التحقق لأي هدف على الا يكون ذلك على حساب هدف الاولوية الأعلى .

وتاريخيا فانه يرجع الفضل الى كل من كوبر Cooper وفرجيسون Ferguson فى ظهور فكرة برمجة الاهداف ، وذلك حينما عهدت اليهم شركة جنرال

الـيكتريك في عام ١٩٥٢ باعداد جدول للأجور للعاملين بأحد الاقسام الانتاجية بالشركه ، على أن يراعي في هذه الاجور تحقيق عدد من الاهداف منها أن تتناسب مع مستوى المسئولية الملقاه على شاغل الوظيفة ، وقيمة الخدمة المتوقعة ، ومستوى المعيشة ، والتحفيز ، ونمو المنشأة ، ازدياد الخبرة وغيرها من الاهداف . ولهذا فقد استطاعا ان يتوصلا الى نموذج رياضى يعمل على تخفيض الانحرافات عن مجموعة الأهداف المحددة الى أدنى حد ممكن وتلك كانت البداية لظهور كتاب Management Goals and Accounting for Control للمؤلف ايجيرى Ijiri وفيه يقدم نقاشا منطقيا ورياضيا يستعرض فيه فكرة اسلوب برمجة الأهداف . ثم توالت الكتابات في هذا الموضوع منذ هذا التاريخ وظهرت العديد من التطبيقات العملية لهذا الاسلوب وشملت معظم الميادين والمجالات الادارية من تخطيط انتاج ، وتخطيط قوى عاملة ، وتخطيط مالى ، وتخصيص الموارد ، ومع ذلك كله فانه يمكن القول بأن هذا الاسلوب لم يحدث حتى الآن تغطية شاملة لجميع جوانبه ، واننا كل يوم نجد هناك تطويرات تضاف اليه ودراسات تركز على اكتشاف نواحى الغموض به . ومن ثم فاننا نرى انه مجال خصب للدراسة والبحث ويتعين على الدارسين والباحثين ان يتناولوا هذا الموضوع فى دراساتهم وبحوثهم فما زال أسلوباً جديداً وبه نواحى كثيرة وزوايا متعددة واستخدامات متباينة تتطلب الفحص والتمحيص حتى يصل الى المستوى الذى يمكن متخذ القرار في الاعتماد عليه فى عالم اليوم الملىء بالضغوط والمصالح والاهداف المتعارضة سواء كان ذلك على المستوى الفردى أو على مستوى المنشآت او حتى على المستوى القومي .

وقبل الدخول فى تفصيلات اعداد الصياغة الرياضية لنموذج برمجة الاهداف وخطوات الوصول الى الحل الأمثل للمشكلة ، يهمنا أولا توضيح الأسباب التي يترتب عليها

ظهور حالة عدم وجود حل ممكن للمشكلة المراد ايجاد حل أمثل لها . حيث أن هذا التوضيح يعتبر مقدمة ضرورية لادراك الوضع المترتب على وجود تعدد في الاهداف التي تحمل نوعا من التعارض أو التناقض فيما بينها ، وكيف انه من الضروري البحث عن أسلوب أو طريقة تصلح للتعامل مع المشاكل من هذا النوع .

حالة عدم وجود حل ممكن No Feasible Solution

ان عدم وجود حل ممكن لمشكلة البرمجة الخطية قد يكون بسبب وجود خطأ فى صياغة المشكلة (استخدام اشارة أقل من أو يساوى $\leq$ في الوقت الذى كان يتعين فيه استخدام اشارة اكبر من أو يساوى $\geq$)، أو بسبب وجود تعارض وتناقض في القيود المفروضة أو الأهداف المطلوبة ، أي أن الصياغة سليمة وصحيحة ولكن لايوجد حل يستوفي كافة القيود والأهداف ، ويهمنا في هذا المجال توضيح السبب الثاني حيث انه هو المتعلق مباشرة بموضوع هذا الفصل ، اذ يهمنا توضيح كيف أن وجود تعارض وتناقض في القيود أو فى الاهداف يترتب عليه عدم الامكانية Infeasibility أي عدم وجود حل ممكن .

مثال :

يحاول مدير الانتاج باحدى الشركات الانتاجية وضع جدولة لانتاج الاسبوع القادم من نوعين من منتجات الشركة النوع الاول يمثل جهاز فيديو حجم كبير وتعطى الوحدة منه هامش ربح مقداره مائة جنيه ، والنوع الثاني يمثل جهاز فيديو من الحجم الصغير وتعطى الوحدة منه هامش ربح مقداره ثمانون جنيها ، ويهدف مدير الانتاج الى تحديد المزيج الانتاجى الأمثل للاسبوع القادم والذى يحقق اعلى ربحية ممكنة . علما بأنه قد تبين من المعلومات المتاحة بقسم التسويق أن هناك ارتباطات مع

بعض العملاء يتعين الالتزام بها وتتمثل فى تسليمهم عدد ١٠٠ جهاز حجم كبير ، وعدد ٢٠٠ جهاز حجم صغير في نهاية الاسبوع القادم. كذلك فان مدير الانتاج على بينة تامة من أن قوة العمل المتاحة لديه لاتزيد عدد ساعات التشغيل الاسبوعي لها عن ٦٠٠ ساعة عمل ، وتحتاج النوعية الأولى من الاجهزة الى ثلاثة ساعات عمل لتجميعها ،وتحتاج النوعية الثانية الى ساعتين عمل فقط .

والمطلوب في ضوء المعلومات السابقة ايجاد المزيج الانتاجي الأمثل للاسبوع القادم والذى يعمل على تعظيم الربح .

الحل :

يمكن صياغة تلك المشكلة كمشكلة من مشاكل البرمجة الخطية كالآتي :

بفرض ان : $س_1$ = عدد أجهزة الفيديو من الحجم الكبير والتى سيتم انتاجها.

$س_2$ = عدد اجهزة الفيديو من الحجم الصغير والتي سيتم انتاجها.

اذن ستكون الصياغة الرياضية على الصورة التالية :

دالة الهدف : تعظيم $١٠٠س_1 + ٨٠س_2$

القيود :

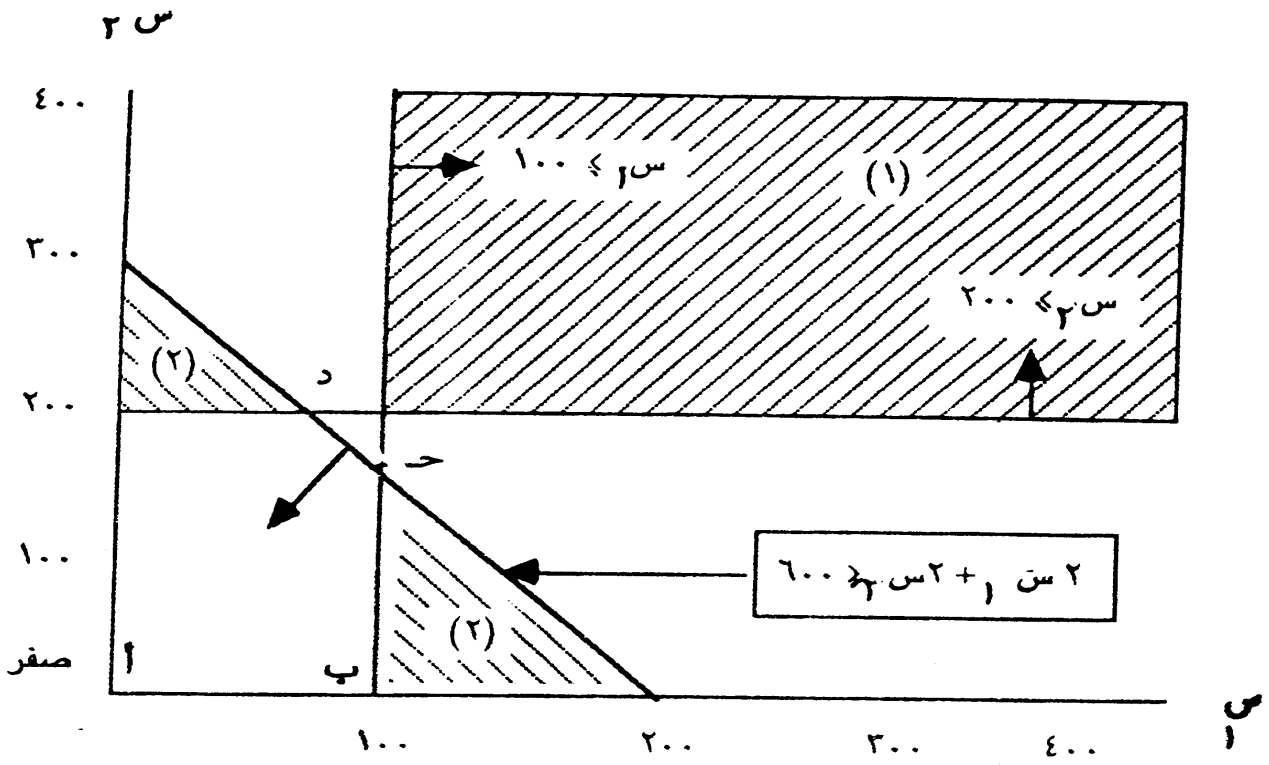
$س_1 \leq ١٠٠$ (قيد تلبية طلبات العملاء من الفيديو الكبير).

$س_2 \leq ٢٠٠$ (قيد تلبية طلبات العملاء من الفيديو الصغير)

$٣س_1 + ٢س_2 \leq ٦٠٠$ (قيد القوة العاملة)

$س_1 ، س_2 \geq$ صفر (شرط عدم السلبية)

وبعد السير فى خطوات الحل باستخدام الطريقة البيانية ، سنصل الى الشكل التالي والذي يمثل التمثيل البياني لهذه المشكلة .



من هذا الشكل يتضح عدم وجود منطقة للحلول الممكنة تراعي كافة القيود المفروضة على المشكلة ، أي أنه لايوجد حل ممكن لهذه المشكلة ، اذ يتبين من ملاحظة اتجاه الاسهم المرسومة والتي تحدد اتجاه القيود الثلاثة عدم اتفاقها ووجود تعارض بينها .

ومن خلال النظرة الفاحصة للرسم البياني السابق وبصفة خاصة للمناطق المظللة فانه يتبين انه على الرغم من ان كل قيدين معا من قيود المشكلة يشكلان مع بعضهما منطقة ممكنة معينة ، الا أنه عند اضافة خط القيد الثالث فانه يطرد كل النقاط الممكنة والتي تستوفي القيدين الآخرين ، فالمناطق المظللة فى الشكل السابق تمثل ثلاثة مواضع أو مناطق ممكنة كل منطقة منها تكونت من خلال التمثيل البياني لزوج من القيود ، فمثلا المنطقة الممكنة رقم (١) تشكلت من خلال التمثيل البياني لقيد العدد الواجب انتاجه من أجهزة الفيديو كبيرة الحجم ($س_1 \leq 100$) ، وقيد العدد الواجب انتاجه من اجهزة الفيديو صغيرة الحجم ($س_2 \leq 200$) ،

الا انه عند اضافة الخط الممثل لقيد القوة العاملة فأنه وفقا لاتجاه هذا الخط سيطرد كل النقاط الممكنه والموجودة بالمنطقة (١) ، لأن هذه المنطقة بكاملها أصبحت فى الجانب غير الممكن لخط القيد الثالث ،ونفس النتيجة تحدث مع باقى المناطق الممكنة التى تكونت كل منها من زوج من القيود الواردة بالصياغة .

وبطبيعة الحال فانه سيتضح جليا وبمجرد النظر الى الشكل السابق ، ان المشكلة بالغة التعقيد، حيث لايمكن انتاج الكمية التى تفى بالتعاقدات المبرمة مع العملاء من كل من النموذجين طالما كان قيد طاقة القوة العاملة يمثل قيدا صارما على الصورة التى ورد بها بالصياغة الرياضية للمشكلة ، ولعلنا نتساءل الآن كيف يمكن حل هذه المشكلة . ولعله من نافلة القول أن نذكر هنا على عجالة على ان نترك التفصيلات لموضع آخر أنه يتعين لايجاد حل لتلك المشكلة فانه ينبغي أن يكون واحدا من تلك القيود أقل صرامة واحكاما وتقييدا الى الحد الذى لايطرد باقي النقاط الممكنة أو المنطقة الممكنة التى تشكلت بباقى القيود .

ومن ناحية اخرى وبفرض أننا حاولنا حل تلك المشكلة باستخدام خطوات منهج طريقة السمبلكس ،فاننا نرغب فى تحديد سمات أو خصائص جدول الحل والذى منه نقف على حقيقة أن حل المشكلة غير ممكن .

وبغرض حل المشكلة السابقة باستخدام طريقة السمبلكس وبعد السير فى خطوات الحل من حيث تعديل الصياغة الرياضية الأصلية للمشكلة باضافة المتغيرات الراكدة والاصطناعية واعداد جدول الحل المبدئي واختبار مثاليته وتحسين الحل فى جداول متتالية ،فان جدول الحل الأخير الذى سنصل اليه سيظهر على الصورة التالية :

معاملات الهدف	المتغيرات الاساسية	الارباح الداخلة	١٠٠	٨٠	صفر	صفر	صفر	ـ١٠٠	ـ١٠٠
		القيم	س ١	س ٢	س ٣	س ٤	س ٥	س ٦	س ٧
٨٠	س ٢	٢٠٠	صفر	١	صفر	صفر	ـ١	صفر	١
١٠٠	س ١	٢٠٠/٣	١	صفر	١/٣	صفر	٢/٣	صفر	ـ ٢/٣
ـ ١٠٠	س ٦	١٠٠/٣	صفر	صفر	ـ ١/٣	ـ ١	ـ ٢/٣	١	٢/٣
	دالة الهدف	التكاليف الداخلة	١٠٠	٨٠	٢٠٠/٣	١٠٠	١٦٠/٣	ـ١٠٠	ـ ١٦٠/٣
	٤٩٠٠٠/٣	صافي التغير	صفر	صفر	ـ ٢٠٠/٣	ـ ١٠٠	ـ ١٦٠/٣	صفر	ـ ١٤٠/٣

ويتضح من هذا الجدول ان كل معاملات صف صافي التغير اما صفرية أو سالبة ، وهذا يعنى ان هذا الجدول يمثل جدول الحل الأمثل، الا أننا سنجد أن المتغير الاصطناعي (س ٦) ظهر فى الحل الأمثل كمتغير أساسى ، ومن المعروف أننا نضيف المتغيرات الاصطناعية لنجعل من النقطة الركنية نقطة ممكنة ونعاملها على هذا الاساس ، ثم ننتقل منها الى نقطة أفضل لتحسين دالة الهدف ، ونستمر فى ذلك حتى نصل الى النقطة الطرفية المثلى ، اذن كان ينبغى طالما ان هذا الجدول يمثل الحل الامثل ان يختفى المتغير الاصطناعي (س ٦) من جدول الحل الأمثل .

وحيث ان وجود المتغير الاصطناعي س ٦ كمتغير اساسي في جدول الحل الأمثل يعتبر مخالفة صريحة وواضحة لوضع المتغيرات الاصطناعية وفق منهج طريقة السمبلكس اذن يمكن القول في حالة هذه المشكلة ، انه لاتوجد نقطة طرفية يمكن اعتبارها ممكنة مع القيود الثلاثة مجتمعة ، علاوة على ذلك فانه يمكن القول بصفة عامة أنه : اذا

تضمن جدول الحل الأمثل واحد أو اكثر من المتغيرات الاصطناعية في صورة متغير أساسي فان المشكلة على الصورة التي تمّ صياغتها عليها ليس لها حل أمثل .

تبين مما سبق عدم امكانية وجود حل أمثل لوجود تعارض أو تناقض في القيود او في الأهداف ، وهذا أمر يتطلب اعادة صياغة المشكلة بحيث نحاول أن نجد أو نخفض من حدة أحكام وتغيير واحد أو اكثر من القيود ، أو الالتجاء الى طريقة أخرى مثل برمجة الأهداف لاستخدامها في وضع اولويات أو معاملات تفاضلية للقيود والاهداف ، وهذا المفهوم سيكون محور تركيزنا في الاجزاء التالية .

تعدد الأهداف ـ وضع الأولويات

Multiple Objectives -Establishing Priorities

تعتبر برمجة الأهداف والتي سوف نستخدمها في حل عدم الامكانية الواضحة لمشكلة الشركة التي تقوم بانتاج اجهزة الفيديو، من الاساليب ذات المجالات الفسيحة والرحبة للتطبيق، إذ لها فاعلية ممتازة للتعامل مع المشاكل ذات الأهداف المتعارضة أو المتناقضة ، وذلك عندما يكون من الممكن وضع أولويات لتلك الاهداف . أما اذا اعتبرت الأهداف جميعها تمثل ذات الأهمية تصبح المشكلة مجمدة ولايوجد لها حل .

فعلى سبيل المثال ، اذا كان متخذ القرار يرغب في تحقيق هدف الربح ، وكذلك تحقيق هدف الوفاء بطلبات العملاء من المنتجات ، وأيضا تحقيق هدف استخدام الطاقة ، فان استخدام برمجة الاهداف تتطلب أولا ان يتم تحديد أي هذه الأهداف تمثل أولوية أولى، وأيها يمثل اولوية ثانية ... وهكذا ، فاذا كان هدف الربح يمثل اولوية أولى فان متخذ القرار سيعمل على تحقيق هدف الربح ، قبل الاهداف الاخرى ،وأيضا لابد من تحديد

الاولوية الثانية بعد هدف الربح حتى يمكن العمل على تحقيقها قبل الهدف الذى يمثل الاولوية الثالثة .ويلاحظ ان هذه الاهداف او الاغراض ليست مقاسة بنفس وحدات القياس ، ولكن معبر عنها بوحدات مختلفة تماما ،فمثلا هدف الربح مقاس بالجنيهات ، أي بالوحدات النقدية ، وهدف الوفاء بطلبات العملاء من المنتجاب مقاس بالوحدات اي وحدات المخرجات ، وهدف استخدام الطاقة مقاس بمدلول ساعات العمل .

فاذا وجد تعدد في الاهداف فانه يلزم أن يكون متخذ القرار قادرا على وضع أولويات تلك الأهداف، وذلك حتى يكون فى استطاعته استخدام طريقة برمجة الاهداف ، حيث أن وجود اولويات للأهداف المتعددة يعتبر من الخصائص الاساسية التى تميز نموذج برمجة الاهداف ، والاسلوب الذى تسير فيه برمجة الأهداف هو تجاهل الاهداف ذات الاولوية الدنيا ، حتى يتم تحقيق أهداف الاولوية العليا ، وبتحقيق هدف الاولوية العليا تحاول برمجة الاهداف مرة اخرى استيفاء أو تحقيق كل أهداف الاولوية الدنيا على الترتيب .

ومعنى ماتقدم ان نموذج برمجة الاهداف يحقق الأهداف بترتيب أولويتها لأنه في معظم المشاكل ذات الاهداف المتعددة يستحيل استيفاء وتحقيق كافة الاهداف فى وقت واحد ، هذا مع ملاحظة ان درجة استيفاء أو تحقيق هدف معين تقاس بمقدار الانحراف عن ذلك الهدف ، سواء كان ذلك الانحراف بالزيادة أو النقصان ، وسواء كان مغزاه فى مصلحة المنشأة أو ضد مصلحتها ،فالعبرة هنا هو فى مقدار الهدف الموضوع ، ومن ثم فان الانحراف عنه يمكن ان يأخذ أحد الاتجاهين، فمثلا يمكن أن يتم تحقيق الهدف ولكن بأقل من المستوى الموضوع (وهو يمثل انحراف عن الهدف) ،أو أن يتحقق الهدف بأكثر من المستوى الموضوع أي هناك مبالغة أو تجاوز فى تحقيقه

(وهو أيضا يمثل انحراف عن الهدف) . وبرمجة الأهداف تعمل على تخفيض الانحرافات غير المرغوبة ، والتي تقابل في معظم الاحوال مستوى تحقيق الهدف بأقل من المستوى الموضوع .

ولتوضيح ماتقدم نفترض أن احدى الشركات وضعت لنفسها هدفا ذات اولوية اولى وهو تحقيق ربح مقداره ٢٠٠٠٠ جنيه ، في هذه الحالة فاننا أمام ثلاثة احتمالات :

١- امكانية تحقيق هذا الهدف بالضبط لا أكثر ولا أقل، وهذا يعنى أنه لاتوجد انحرافات عن الهدف الموضوع بالزيادة أو النقصان ، (مرغوبة أو غير مرغوبة) .

٢- قد تكون الارباح التي يمكن تحقيقها أكبر من المستوى الموضوع (٢٠٠٠٠ جنيه) ، وفى هذه الحالة فاننا لانكون قلقين ازاءها لأنها تزيد عن مستوى الهدف أي انها انحرافات مرغوبة .

٣- قد تكون الارباح التى يمكن تحقيقها أقل من المستوى الموضوع لها (٢٠٠٠٠ جنيه) ،وهذه تمثل انحرافات غير مرغوب فيها لأنها تعنى تحقيق أرباح أقل من الكفاية ، ومن ثم سنهتم بمحاولة تخفيض تلك الانحرافات غير المرغوبة وهى الأقل من الكفاية .

وخلاصة ماتقدم أن برمجة الاهداف تحاول تحقيق واستيفاء كل هدف ، الا انه في حالة عدم امكانية استيفاء كل الاهداف لوجود تعارض وتناقض فيما بينها ، فانها تعمل على تخفيض الانحرافات غير المرغوبة ، مبتدئة بالهدف الذى يمثل الاولوية الاعلى ،وعندما يتم استيفاء وتحقيق هدف الاولوية الأعلى(أي تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه) ، تبدأ في الاتجاه الى الاهداف ذات الأولوية الاقل وبالترتيب ، وتنتهي

الخطوات عندما تصل الى النقطة التي لايمكن معها اجراء أي تحسين في بعض أهداف المستويات الدنيا الا على حساب زيادة الانحرافات غير المرغوبة فيها لبعض أهداف الاولويات الأعلى ، وهنا نكون قد وصلنا الى الحل الأمثل .

ولعله يكون من المناسب والمفيد أن نتناول بمثال عملى طريقة وأسلوب برمجة الأهداف ، وذلك حتى يمكن الوقوف على الخطوات التى تناولناها فيما تقدم. ولهذا الغرض سنستمر في حل مشكلة المزيج الانتاجي لشركة انتاج اجهزة الفيديو بطريقة برمجة الاهداف ، والذي اتضح مما سبق انه لايوجد لها حل ممكن وفقا للصياغة الأصلية التي كانت عليها . الأمر الذى جعلنا نلجأ الى اسلوب آخر بحثا عن مدخل يمكننا من الوصول الى حل يمثل أفضل مايمكن التوصل اليه في ظل التعارض والتنافض فى الأهداف الموجودة بحالة هذه الشركة .

فبفرض ان متخذ القرار فى شركة انتاج اجهزة الفيديو ،قرر اعادة صياغة المشكلة الأصلية بطريقة يمكن معها تطبيق طريقة برمجة الأهداف ، فحدد أن تكون الارباح على الاقل ٢٠٠٠٠ جنيه ، وأنه يجب الوفاء بطلبات العملاء من اجهزة الفيديو بحجمها الكبير والصغير ، وأن يكون الانتاج في حدود طاقة ساعات العمل المتاحة . هذا مع العلم بأن متخذ القرار قد وضع أولويات لتلك الاهداف كالآتي :

هدف الاولوية الاولى ($هـ_1$) : الارباح تعادل ٢٠٠٠٠ جنيه على الاقل

،، ،، الثانية ($هـ_2$) : انتاج ١٠٠ جهاز فيديو حجم كبير على الأقل .

،، ،، الثالثة ($هـ_3$) : انتاج ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير على الأقل .

،، ،، الرابعة ($هـ_4$) : تجنب الوقت الاضافي فالوقت المتاح ٦٠٠ ساعة عمل .

وحيث أن اسلوب برمجة الأهداف يتجاهل أهداف الاولوية الدنيا حتى يتم استيفاء اهداف الاولوية العليا (تخفيض انحرافاتها غير المرغوبة) ، لذلك فان الحدود الدنيا للانتاج المطلوب من كل من اجهزة الفيديو كبيرة الحجم ومغيرة الحجم، وكذلك هدف تجنب الوقت الاضافي سيتم اهمالها جميعا الى ان نصل الى الحل الذي يحقق هدف الربح باعتباره هدف الاولوية الاولى ،وعندما نصل الى مجموعة اجهزة الفيديو بنوعيها التى تحقق هدف الربح ، نبدأ في الاخذ في الاعتبار بعد ذلك هدف الاولوية الثانية ($هـ_2$) وهو انتاج ١٠٠ وحدة من أجهزة الفيديو كبيرة الحجم على الأقل ، مع ملاحظة أن أي حل جديد نصل اليه محققا هدف الاولوية الثانية لابد أن يكون فى ذات الوقت محققا هدف الربح ذات الاولوية الاولى . واذا لم يكن هناك حل يمكن ان يحقق كلا الهدفين في آن واحد ، فان منهج برمجة الاهداف سوف يصل الى الحل الذى يحقق هدف الاولوية الاولى (الربح)وفي نفس الوقت هدف الاولوية الثانية بأقل انحراف غير مرغوب فيه ، ثم يستمر العمل للأخذ في الاعتبار الاهداف ذات الاولوية الدنيا ($هـ_3$ ، $هـ_4$) . ونصل الى الحل الذي يجعل الانحرافات غير المرغوب فيها لأهداف الأولوية الدنيا عند حدها الادنى والتي يمكن معها تحقيق الاهداف ذات الاولوية الاعلى .

من المناقشة السابقة نكون قد وصلنا الى الصياغة الشفهية او اللفظية لمثال الشركة المنتجة لأجهزة الفيديو فى صورة نموذج برمجة خطية . ومن ثم نكون على مشارف مرحلة حل المشكلة . علما بأنه يمكن ايجاد حل نموذج البرمجة الخطية بيانيا ، وأيضا باستخدام منهج السمبلكس ، وهذا ماسنتناوله في الجزء الثاني :

حل نموذج برمجة الأهداف بيانيا :

يمكن حل مشاكل برمجة الاهداف (ذات متغيرين

قراريين) بيانيا ، وذلك بتتابع اضافة القيود التي تمثل كل هدف وفقا لأولويته الصحيحة ،والنقاط الطرفية التي تظل باقية بعد اضافة خط كل قيد تمثل الحلول التى تقابل كل الاهداف التى تم تمثيلها ،ولتوضيح هذه المعاني فانه من المناسب ان نقوم بتمثيل كل قيد وفقا لاولويته على الرسم البياني ليتابع معنا القارىء مانقصده وصولاً للحل الأمثل .

أولا : التمثيل البياني لهدف الاولوية الاولى (الربح) :

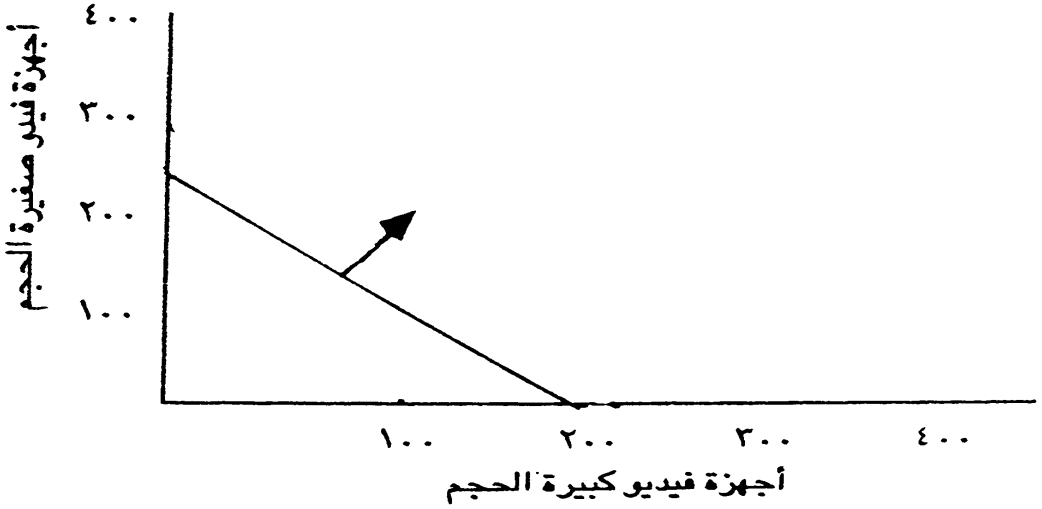
يمثل هدف الاولوية الأولى تحقيق ربحا مقداره على الاقل ٢٠٠٠٠ جنيه ، أي أن القيد الممثل لهذا الهدف هو:

$$١٠٠س_{١} + ٨٠س_{٢} \geq ٢٠٠٠٠ \quad (هـ_{١})$$

وبتحويله الى معادلة بالاهمال المؤقت للاشارة ($\geq$) كما هو معتاد في طريقة الرسم البياني ، تصبح معادلة هذا القيد :

$$١٠٠س_{١} + ٨٠س_{٢} = ٢٠٠٠٠$$

وبتحديد احداثيات هذه المعادلة نجدها : (صفر ، ٢٥٠) ، (٢٠٠، صفر) والشكل التالي يمثل التمثيل البياني لهدف الاولوية الاولى (الربح) كما ان السهم المرسوم يمثل اتجاه الهدف أو الانحراف المرغوب فيه ،والرقم (١) يشير الى ترتيب الاولوية .



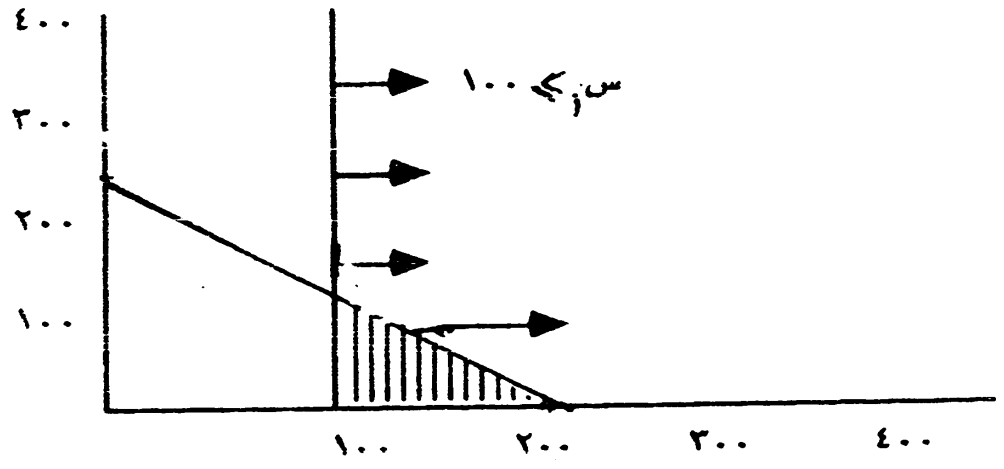
ومن هذا الشكل يتضح ان منطقة الحلول الممكنة مفتوحة ولانهائية وهذا يعنى عند هذا الحد انه لاتوجد مشكلة اذ يمكن زيادة الارباح بزيادة الانتاج ولكن هذا الوضع لن يستمر طويلا اذ ستأتى أهداف اخرى تحد من لانهائية منطقة الحلول الممكنة .

ثانيا : التمثيل البياني لهدف الأولوية الثانية ($هـ_٢$) :

يأتي بعد التمثيل البياني لهدف الأولوية الاولى (الربح) ، ان نقوم بالتمثيل البياني لهدف الأولوية الثانية ($هـ_٢$) وهو الهدف الخاص بانتاج عدد ١٠٠ جهاز فيديو كبير على الاقل للوفاء بالارتباطات مع العملاء. والقيد الممثل لهذا الهدف هو :

$$س_١ \geq ١٠٠ \quad (هـ_٢)$$

وبتحويله الى معادلة وتمثيله بيانيا ،سينتج الشكل التالي والذى يبين هدف الاولوية الأولى وهدف الاولوية الثانية معا علما بأنه قد رمز لهدف الاولوية الاولى برقم (١) وهدف الاولوية الثانية برقم (٢) وان السهم يشير الى الانحرافات المرغوبة .



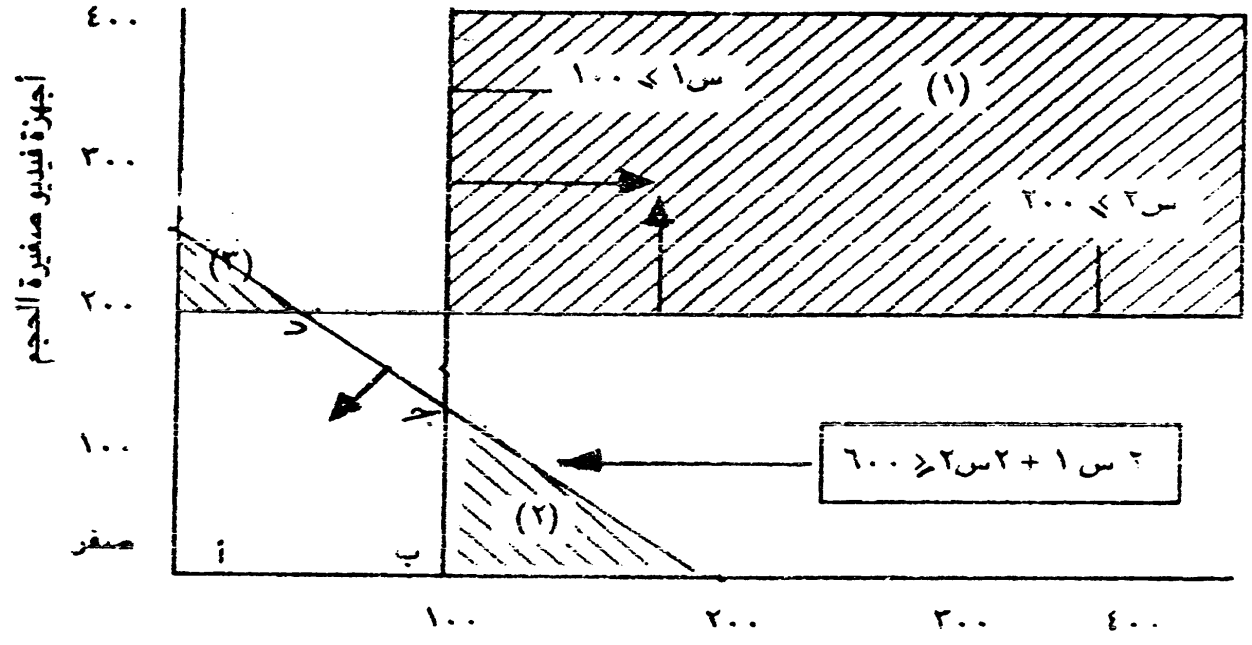
من هذا الشكل يتبين انه برغم اضافة هدف الاولوية الثانية الى هدف الاولوية الاولى الا ان منطقة الحلول الممكنة مازالت لانهائية ويمكن تحقيق الهدفين معا دون انحرافات غير مرغوب فيها ،ويستدل على ذلك من اتجاهات الاسهم التى تشير الى اتجاه الانحرافات المرغوبة . أما أي نقطة تقع على عكس اتجاه الاسهم المرسومة فتشير الى وجود انحرافات غير مرغوبة وهو مالم يحدث حتى الآن بالنسبة للهدفين الأول والثاني .

ثالثا : التمثيل البياني لهدف الاولوية الثالثة (هـ٣):

بعد أن تم التمثيل البياني للهدف الأول والثاني، يتم التمثيل البياني لهدف الاولوية الثالثة (هـ٣) وهو الهدف الخاص بانتاج عدد ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير على الاقل للوفاء بتعاقدات المنشأة مع العملاء. والقيد الممثل لهذا الهدف هو :

$$س_2 \geq 200 \qquad (هـ_3)$$

ويتم تمثيله بيانيا كما هو معتاد ،وبذلك يظهر الرسم البياني متضمنا الأهداف الثلاثة وفق أولوياتها واتجاه الانحراف المرغوب فيه على الشكل التالي :



ويتضح من هذا الشكل ان منطقة الحلول الممكنة مازالت مفتوحة ولايوجد هناك تعارض بين الأهداف الثلاثة السابقة ، الا انه يلاحظ أن منطقة الحلول الممكنة في شكلها الجديد بعد اضافة خط قيد الاولوية الثالثة لم تعد محددة بخط الربح ولكنها أصبحت محددة فقط بخطي الهدف الثاني والثالث وهذا معناه أن أي حل يتم اختباره في منطقة الحلول الممكنة الجديدة سيحقق أرباحا تزيد عن ٢٠٠٠٠ جنيه ،أي لابد أن يكون هناك انحراف مرغوب فيه لهدف الاولوية الأولى .

خلاصة ماتقدم ان هذا الشكل يؤكد انه يمكن الحصول على حل يحقق ويفي بالأهداف الثلاثة الاولى مجتمعة دون تناقض أو تعارض وان كان هذا الحل سيحقق أيضا انحرافات مرغوب فيها لواحد على الاقل من تلك الاهداف ولابأس من ذلك طالما انه لايوجد قيد أو مغزى يفيد رفض هذه الانحرافات .

ولتوضيح ماتقدم نقول مثلا ان نقطة تقاطع خط الأولوية الثانية وخط الأولوية الثالثة تقع عند احداثي (١٠٠،٢٠٠) ، هذه النقطة اذا اخذناها ممثلة للحل (قبل اضافة هدف الاولوية الرابعة) ،فانها وان كانت تستوفي تماما هدف الاولوية الثانية وهدف الاولوية الثالثة دون اى انحرافات مرغوبة أو غير مرغوبة ، الا انها تحقق انحراف مرغوب فيه لهدف الاولوية الاولى مقداره (٦٠٠٠) كالآتي :

١٠٠ × ١٠٠ + ٨٠ × ٢٠٠ = ٢٦٠٠٠ – ٢٠٠٠٠ = ٦٠٠٠ جنيه

هذا ويمكن اختيار نقطة حل أعلى من النقطة المذكورة وسنجد أنها ستحقق انحرافات مرغوب فيها للأهداف الثلاثة السابقة .

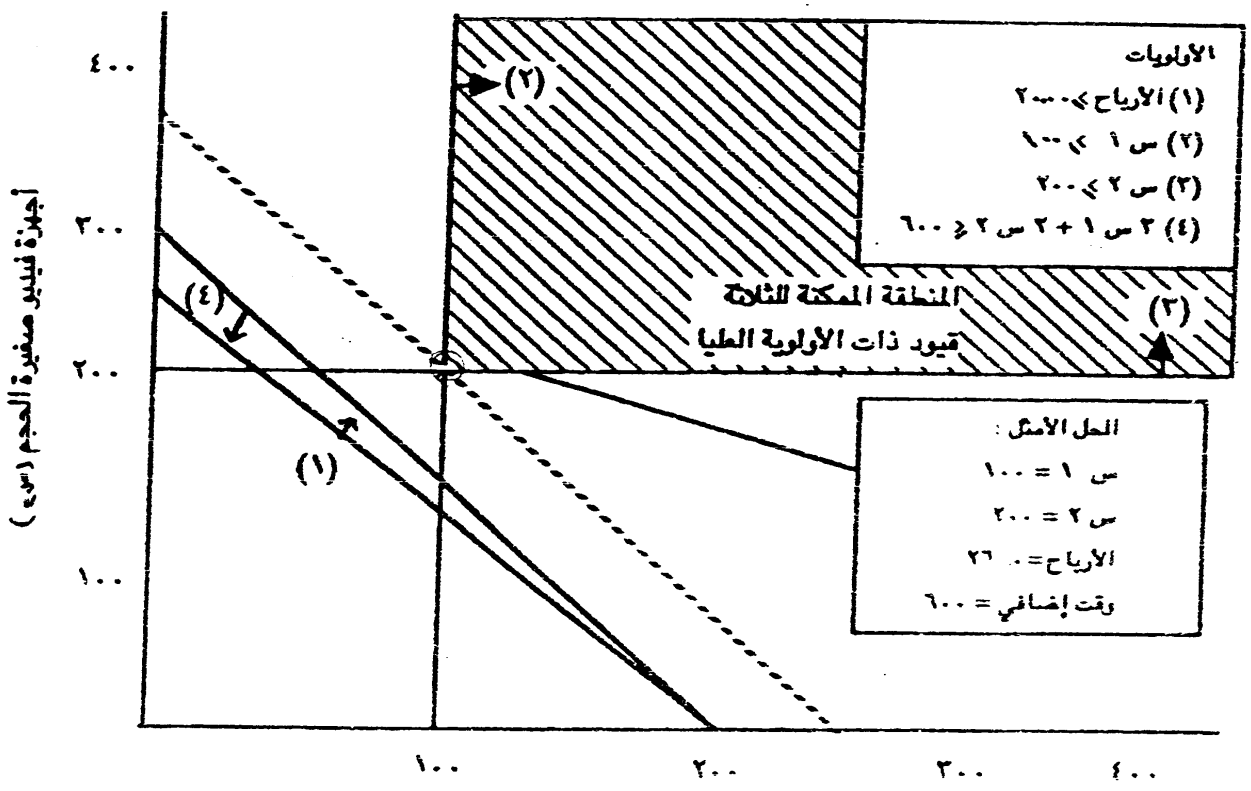
رابعا : التمثيل البياني لهدف الاولوية الرابعة ($هـ_٤$) :

وعلى نفس النمط المتتبع سيتم اضافة الخط الممثل

لقيد هدف الاولوية الرابعة ، وهو الهدف الخاص بتجنب الوقت الاضافى من ساعات العمل والتي تبلغ الطاقة المتاحة منها ٦٠٠ ساعة ، والقيد الممثل لهذا الهدف هو :

$$٣س_{١} + ٢س_{٢} \geq ٦٠٠ \qquad (هـ_{٤})$$

وبعد رسم هذا الهدف وتحديد اتجاه الانحراف المرغوب فيه ، سيظهر الشكل البياني بكامل أهدافه الأربعة كالآتي :



وبعد اضافة خط قيد هدف الاولوية الرابعة الى الشكل البياني السابق ، أصبح هذا الشكل يمثل تماما المشكلة كاملة والتي يمكن تفسيرها بيانيا كالآتي بهدف التعرف على كيفية الوصول الى نقطة الحل الأمثل لنموذج برمجة الاهداف بيانيا .

يمكن ان نلاحظ من الشكل السابق ان قيد هـــــدف الاولوية الاولى وهو تحقيق ارباح مقدارها ٢٠٠٠٠ جنيـــه على الاقل هو الخط رقم (١) ، والسهم المرسوم مع خـــط القيد يشير الى ان الحلول التي توجد على ذات الخـــط او أعلى منه تحقق هدف الربح ، أي ان الانحرافات غيـــر المرغوب فيها بالنسبة لهدف الربح ستكون مقدارها صفر بالنسبة لأي نقطة واقعة ومنطبقة على ذلك الخـــط أو أعلى منه ، أما لو اتجهنا ناحية نقطة الأصل تبـــدأ الانحرافات غير المرغوب فيها في الظهور،وتزداد كلمـــا اقتربنا من نقطة الاصل ، وبطبيعة الحال تصل الانحرافات غير المرغوب فيها بالنسبة لهدف الربح الى اقصاهـــا عند نقطة الاصل، وهذا منطقى لأن مقدار الارباح المحققة عند نقطة الاصل تساوى صفر ، اذن عند نقطة الاصل هنـــاك انحراف غير مرغوب فيه في هدف الربح مقداره ٢٠٠٠٠جنيه .

وبالنسبة لقيد الاولوية الثانية ، والذي يحـــدد الحد الادنى لحجم الانتاج من اجهزة الفيديو كبيرة الحجم بعدد ١٠٠ جهاز ، فانه يقابل الخط رقم (٢) ،ويلاحظ انه برغم ان بعض النقاط الممكنة المحددة بهدف الاولويـــة الاولى قد فقدت باضافة قيد الاولوية الثانية ، الا انـــه مازالت هناك نقاط ممكنة غيرها تستوفي الهدفين معا .

وباضافة القيد الثالث والممثل فى الشكل السابق بالخط رقم (٣) والذى يحدد الحد الادنى للكمية المنتجة من اجهزة الفيديو صغيرة الحجم بعدد ٢٠٠ جهاز، سيؤدى ايضا الى نتيجة مماثلة ، اذ سنجد ان اضافة خط هـــذا القيد الى بعض النقاط الممكنة التى تستوفي كلا مـــن قيد الاولوية الاولى وقيد الاولوية الثانية مستنفـــذ ، الا أننا سنجد مع ذلك ان هناك بعض الحلول الممكنة والتـــي تستوفى الاهداف الثلاثة معا وهى المنطقة المظللة بالشكل السابق .

أما بالنسبة للقيد الرابع والممثل فى الشكل بالخط رقم (٤) ، والذى يحدد طاقة الانتاج المتاحة بعدد ٦٠٠ ساعة عمل ، فسنجد أنه غير محقق بعكس الحال بالنسبة للقيود الثلاثة الأولى ، اذ سنجد ان اتجاه السهم المرتبط بخط ذلك القيد يشير الى انه لاتوجد نقاط تستوفى القيود الثلاثة الأولى وفى الوقت نفسه تستوفى قيد الهدف الرابع ، وعلى ذلك فان متخذ القرار يحتاج الى التوصل الى الحل الذى يستوفي القيود الثلاثة الاولى باعتبارها اولويات عليا ، ويخفض في الوقت نفسه انحرافات القيد الرابع ، باعتبار انه أدنى الأهداف أولوية . وعلى ذلك فان التشغيل لوقت اضافي يعتبر ضروري ولابد منه ، فالهدف هو تحديد جدولة الانتاج التى تخفض مقدار الوقت الاضافي بالاضافة الى تحقيق ٢٠٠٠٠ جنيه على الأقل أرباح ، وانتاج ١٠٠ فيديو حجم كبير و ٢٠٠ حجم صغير على الاقل .

ولكن كيف سيتم تعيين نقطة الحل الأمثل ؟ للاجابة على ذلك نقول ان تلك النقطة الممكنة بالنسبة لأهداف الاولويات العليا السابقة والتى تعتبر اقرب تماما (أقل انحرافات غير مرغوبة) لمقابلة ذلك الهدف غير المحقق هى النقطة التى تمثل الحل الأمثل للمشكلة ، ويمكن تعيينها اذا ما اعتبرنا ان قيد الهدف غير المحقق أو غير المستوفي كأنه دالة هدف ، أي أن نقوم بعمل سهل وبسيط وعلى نمط مشابه للطريقة التى اتبعناها في خط الربح المتعادل (أو خط التكلفة المتعادل) ، وذلك عند ايجاد الحل الأمثل لأي مشكلة برمجة خطية . فالخطوط الموازية لخط القيد الرابع والتى تقع أعلى ذلك الخط تمثل مجموعة النقط التى تمثل كل منها نفس مستوى الانحراف عن ذلك القيد ، لذلك يمكن أن ننظر الى تلك الخطوط على انها خطوط الانحرافات المتعادلة Isodeviation Lines وعلى ذلك فاننا نبحث عن اقل مستوى لاحد خطوط الانحرافات المتعادلة والموازية

لقيد ساعات العمل والتى تحتوى على الاقل على نقطة واحدة على الاقل ممكنة تشترك مع القيود الثلاثة الأخرى ذات الاولويات الاعلى ، وبتطبيق تلك القاعدة ، سنجد أن النقطة (أ) الموضحة بالشكل السابق هى التى ينطبق عليها الاعتبارات السابقة ، اذن تكون النقطة (أ) هي نقطة الحل الأمثل ، وعند هذه النقطة تكون عدد أجهزة الفيديو كبيرة الحجم المنتجة ١٠٠ وحدة ، والأجهزة صغيرة الحجم ٢٠٠ وحدة ، والربح مقداره ٢٦٠٠٠ جنيه ، وتشغيل وقت اضافي مقداره ١٠٠ ساعة (٣×١٠٠+٢×٢٠٠ = ٧٠٠ - ٦٠٠ = ١٠٠ ساعة) .

خلاصة ماتقدم ان النتائج التيتم التوصل اليها تشير الى انه تم استيفاء ثلاثة أهداف بدون انحرافات غير مرغوب فيها ، أما الهدف الرابع والذى يمثل الاولوية الدنيا فقد تم تخفيض انحرافاته غير المرغوب فيها الى ادنى حد ممكن ، والجدول التالي يمثل ملخصا بالنتائج التى اسفر عنها حل المشكلة السابقة بنموذج برمجة الأهداف .

مستوى اولوية الهدف	الهدف	هل تم تحقيق الهدف	كيف ؟
١	الارباح تعادل ٢٠٠٠٠ جنيه على الاقل .	نعم	الارباح ٢٦٠٠٠ جنيه
٢	انتاج ١٠٠ جهاز فيديو حجم كبير على الاقل .	نعم	انتاج ١٠٠ جهاز فيديو حجم كبير .
٣	انتاج ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير على الاقل .	نعم	انتاج ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير .
٤	تجنب التشغيل لوقت اضافي (٦٠٠ ساعة عمل كطاقة متاحة) .	لا	هناك احتياج لوقت اضافي مقداره ١٠٠ ساعة عمل .

وجدير بالذكر ان نوضح هنا ان الخطوات التي اتبعناها في حل هذه المشكلة بيانيا ستمدنا بفهم جيد لبرمجة الاهداف ، فالملاحظة الاساسية التى يمكن الوقوف عليها من حل هذه المشكلة أن الحلول المثلى يتم تحديدها عن طريق تتابع اضافة قيود الاهداف واحدا تلو الآخر وفقا لمستوى اولويتها ، حتى نصل الى ان احد قيود الأهداف لايمكن استيفاؤه بأحد أو بعض الحلول الممكنة للقيود الاولوية الاعلى ، وعندئذ نلجأ الى تخفيض الانحرافات غير المرغوبة فيها بالنسبة لأول قيد لم يتم استيفاؤه .

من ناحية أخرى نود أن نوضح أنه اذا كانت هناك اهدافا اضافية لها انحرافات في الحل النهائي فان التبسيط الذى اتبعناه في هذا الحل البياني سيكون من الصعب جدا الاخذ به فى تلك الحالة الأمر الذى يجعلنا نفكر في طريقة السمبلكس لحل نموذج برمجة الأهداف .

حل نموذج برمجة الاهداف بطريقة السمبلكس :

ان مجال استخدام الطريقة البيانية فى حل مشاكل برمجة الأهداف كما تناولناها في الجزء السابق يقتصر فقط على تلك المشاكل التى تتضمن متغيرين فقط من المتغيرات القرارية كما هو الحال تماما عند تطبيقها على مشاكل البرمجة الخطية ذات الهدف الواحد ، ومن الممكن اتباع خطوات ومراحل منهج طريقة السمبلكس لمعالجة المشاكل المتعددة الاهداف فى اطار نموذج برمجة الاهداف ، وحتى يمكن الوقوف على كيفية استخدام منهج طريقة السمبلكس في حل هذا النوع من المشاكل ، نكون بحاجة اولا الى توضيح وفهم الكيفية التي يتم بها اعداد الصياغة الرياضية للمشاكل متعددة الاهداف . ولغرض التبسيط سنبدأ هذا الجزء بصياغة رياضية تمثل مشكلة بسيطة تضم هدفين فقط .

مثال :

نفرض ان مدير الانتاج باحدى الشركات يقوم حاليا بوضع مستويات الانتاج لمنتجات الشركة والمتمثلة في نوعين من المنتجات هما س١ ،س٢ . وتقوم خطة الشركة على التشغيل الكامل لطاقة المصنع من خلال العمل لمدة خمسة أيام اسبوعيا وبثلاثة ورديات يوميا كل وردية ثمانية ساعات ، أي ان الطاقة الاسبوعية للمصنع هي ٧٢٠٠ دقيقة (٥×٣×٨×٦٠ = ٧٢٠٠) وهي تمثل الطاقة الانتاجية للاسبوع القادم ، ويتم انتاج كلا نوعي المنتجات في خط تجميع مشترك ،يستطيع الانتهاء من المنتج الاول فى دقيقتين ، والمنتج الثانى في دقيقة واحدة ، وقد وضع مدير الانتاج نصب عينيه محاولة تحقيق هدفين : الهدف الاول وهو يمثل هدف الأولوية الاولى ، وهو تحقيق اجمالى عائد مساهمة مقداره ٧٠٠٠٠ جنيه على الاقل ، علما بأن هامش ربح المنتج الأول ١٥ جنيها ، وهامش ربح المنتج الثاني ١٠ جنيهات ،والهدف الثاني وهو يمثل أيضا هدف الاولوية الثانية ويتمثل فى تحديد اجمالى عدد الوحدات المنتجة من النوعين معا بعدد لايزيد عن ٥٠٠٠ وحدة فى الاسبوع وذلك تمشيا للخطة الموضوعة لمستويات المخزون .

صياغة المشكلة : Formulating the Problem

سبق القول ان الصياغة الرياضية لمشكلة البرمجة الخطية تتكون من جزئين اولهما وضع دالة الهدف . وثانيهما تحديد الصياغة الرياضية للقيود والمفروضة على دالة الهدف ، ونظرا لأن اعداد الصياغة الرياضية لمشكلة برمجة الاهداف وان كانت تتفق من حيث هيكل الصياغة الا انها تختلف بعض الشيء فى محتوى دالة الهدف والقيود ، ولذلك سنستعرض فيما يلى كيفية اعداد الصياغة الرياضية للمشكلة التى وردت بالمثال السابق كمشكلة برمجة اهداف .

قيود برمجة الأهداف : Goal Programming Constraints

كان المفروض ان نبدأ هنا اعداد دالة الهدف أولا باعتبارها تمثل الجزء الاول من الصياغة الرياضية ، مثلما كنا نتعامل مع مشاكل البرمجة الخطية في الفصول الثلاثة المتقدمة ، ولكننا نرى انه من الملائم لاغراض التوضيح والفهم السريع ان نبدأ مناقشتنا هنا بصياغة مشاكل برمجة الاهداف بصياغة القيود المفروضة على دالة الهدف لأنها ستيسر امامنا اعداد صياغة دالة الهدف أسرع وأصح كما سنرى فى الجزء التالي .

عادة سنجد ان مشاكل برمجة الاهداف تتضمن نوعين من القيود المفروضة على دالة الهدف ، النوع الاول منها ونطلق عليه قيود فنية أو تكنولوجية Technological والنوع الثاني يطلق عليه قيود اهداف Goal Constrains ، والنوع الاول من القيود والذى اطلقنا عليه القيود التكنولوجية تتعامل مع طاقات الموارد والحدود الاخرى التى لاتمثل هدفا موضوعا بالمعنى المفهوم للهدف . وهى بذلك المعنى تماثل تماما نوع القيود التى عالجناها فى الفصول الثلاثة السابقة . اما قيود الاهداف وهى النوعية الثانية من القيود بمشكلة برمجة الاهداف ، فانها تمثل الاهداف المحددة والموضوعة فى اولويات واجبة التنفيذ ،وهذه تشابه الاهداف الأربعة التى وردت بمقدمة هذا الفصل في حالة شركة انتاج اجهزة الفيديو .

ومن خلال استعراض المثال الحالى سنجد أنه يمثل مشكلة تتضمن ثلاثة قيود ، احدهما يمكن تصنيفه ليندرج تحت نوع القيود التكنولوجية ، وهو يتعلق بالطاقة الانتاجية لخط التجميع ، اما القيدين الآخرين فيمكن تصنيفهما كقيدا هدف ، الاول يتعلق بهدف الربح وهو تحقيق عائد مساهمة ٧٠٠٠٠ جنيه على الاقل ،والآخر

يتعلق بمستوى المخزون الموضوع والمحدد ومن الضروري ان نفرق بين نوعي القيود لأن لكل منهما معالجة مختلفة عند الصياغة الرياضية للمشكلة ١٠

فبالنسبة للقيد التكنولوجي (وهو قيد طاقة التجميع) فهو يماثل تماما مجموعة القيود فى نموذج البرمجة الخطية وحيدة الهدف ، ولذلك فانه يتم التعامل معه بذات الطريقة المتبعة عند صياغة المشكلة أحادية الهدف ، فاذا رمزنا لعدد الوحدات المنتجة من النوعية الاولى من المنتجات بالرمز ($س_1$) ، ورمزنا لعدد الوحدات المنتجة من النوعية الثانية من المنتجات بالرمز ($س_2$) ، فان قيد الطاقة يمكن صياغته على النحو التالي :

$$٢س_1 + س_2 \leq ٧٢٠٠$$

وبعد اضافة المتغير الراكد ($س_3$) ليمثل الطاقة غير المستغلة ستصبح معادلة القيد على الشكل التالي :

$$٢س_1 + س_2 + س_3 = ٧٢٠٠$$

أما قيود الهدف فانها تعالج بطريقة مختلفة بعض الشيء ، ويرجع السبب فى ذلك الى أن المستوى المحدد والموضوع للهدف المعين يمثل وضعا خاصا ، اذ قد لايمكن استيفاؤه وتحقيقه تماما بنفس المستوى المحدد ، اذ ربما قد يتحقق هذا الهدف بأكثر مما هو موضوع ، أو بأقل مما هو موضوع ، وهى كلها احتمالات واردة . وحتى يمكن مراعاة ذلك عند الصياغة الرياضية ، فان الامر يتطلب اضافة متغيرين لكل قيد من قيود الاهداف (دون القيود التكنولوجية والتي لايسمح فيها مطلقا بتعدى حدود الطاقة الموضوعة) ، هذه المتغيرات يطلق عليها اصطلاح المتغيرات الانحرافية Deviational Variables ، لأن قيمة كل متغير منها تمثل مقدار انحراف الحل عن مستوى

الهدف الموضوع ، فمتغير الانحراف الموجب Positive deviational Variable والذى سنرمز له بالرمز ($ف_1^+$) يمثل مقدار الزيادة عن الهدف الموضوع. في حين أن متغير الانحراف السالب Negative deviational Variable ، والذى سنرمز له بالرمز ($ف_1^-$) يمثل المقدار الذى لن يتحقق من الهدف .

وحيث ان الهدف الأول بمثالنا المذكور قد حدد أن يكون مستوى الربح على الاقل مامقداره ٧٠٠٠٠ جنيه ، اذن يمكن صياغته بالطريقة المعتادة كالآتي :

$$١٥س_١ + ١٠س_٢ \geq ٧٠٠٠٠$$

ولكننا ذكرنا قبل ذلك ، انه في بعض الحالات قد يتم تحقيق هذا الهدف بأكثر مما هو موضوع ،وفى أحوال اخرى قد يتم تحقيقه بأقل مما هو موضوع ، وحيث ان كلا الاحتمالين قائمين ،اذن لابد من اضافتهما الى قيد ذلك الهدف كالآتي :

أ - بفرض أن ($ف_1^-$) تمثل المقدار الذى يقل به هدف الاولوية الاولى (الربح) الموضوع .

ب - وبفرض ان ($ف_1^+$) تمثل مقدار الزيادة المحققة من هدف الاولوية الاولى وهو مستوى الربح الموضوع .

لذلك ، وبناء على هذا الفهم ،فان قيد هدف الربح ذات الاولوية الاولى يمكن تحويله الى صورة المعادلة التالية :

$$١٥س_١ + ١٠س_٢ - ف_1^+ + ف_1^- = ٧٠٠٠٠$$

وبالنظر الى شكل المعادلة السابقة يمكن القول ان متغير الانحراف ($ف_1^-$) يشبه المتغير الراكد Slack Variable ،وان ($ف_1^+$) يماثل المتغير المضاف Surplus Variable ، والحكمة من اضافة كلا

المتغيرين الى قيد الهدف ، هو انه يجعلنا نقف على حقيقة انه قد لايكون فى مقدورنا تحقيق ارباح مقدارها ٧٠٠٠٠ جنيه تماما وبالضبط Exactly لأن هناك ثلاثة احتمالات للحل هي :

الاحتمال الاول :

ان يكون مقدار الربح القابل للتحقيق معادل تماما وبالضبط لمستوى الهدف المحدد مقدما وهو ٧٠٠٠٠ جنيه ، وفى هذه الحالة تكون ($ف_1^+$) مساوية للصفر ، و ($ف_1^-$) مساوية ايضا للصفر ، أي أن متغيرات الانحراف قيمتها مساوية للصفر حيث لايوجد انحراف فى تحقيق هدف الاولوية الأولى .

الاحتمال الثاني :

ان يكون مقدار الربح القابل للتحقيق يقل عن الربح المحدد مقدما كهدف نسعى اليه ، وفى هذه الحالة فان متغير الانحراف ($ف_1^-$) تكون له قيمة موجبة مساوية للفرق بين الربح المحقق ومستوى الربح المستهدف ، وتكون قيمة متغير الانحراف ($ف_1^+$) مساوية للصفر .

الاحتمال الثالث :

ان يكون مقدار الربح القابل للتحقيق يزيد عن الربح المحدد مقدما كهدف موضوع ومستهدف ، وفي هذه الحالة فان متغير الانحراف ($ف_1^+$) تكون قيمة مساوية لمقدار الزيادة بين الأرباح المحققة فعلا ومستوى الربح المستهدف . وتكون قيمة متغير الانحراف ($ف_1^-$) مساوية للصفر .

ويلاحظ ان احد الانحرافين الموجب أو السالب (على الاقل) لابد ان يكون صفرا ، وفى كل الأحوال فان متغير الانحراف الموجب ($ف^+$) ، ومتغير الانحراف السالب ($ف^-$)

لابد ان يكون كميات غير سالبة Nonnegative ،فاذا كان احدهما كمية موجبة فان الانحراف الآخر لابد أن يكون صفر.

وبنفس الطريقة وعلى نفس النهج السابق يتم صياغة القيد الثاني الممثل لهدف الاولوية الثانية (مستوى المخزون الموضوع للمنتجات) ،اذ يتم ذلك عن طريق تعديل القيد الاصلي لهدف مستوى المخزون عن طريق اضافة متغير انحراف يقل عن الهدف ($ف_2^-$) ، ومتغير انحراف يزيد عن الهدف ($ف_2^+$) ، وفى هذه الحالة يتم تمييز رموز الانحراف برقم يمثل اولوية الهدف ، وحيث ان هذا الهدف يمثل هدف الاولوية الثانية ،لذلك سيكون متغير الانحراف الذى يشير الى المقدار الذي لن يتحقق من الهدف لقيد هدف الاولوية الثانية هو ($ف_2^-$) ، وسيكون المتغير الذى يشير الى مقدار زيادة تحقق الهدف هو ($ف_2^+$) ، وعلى ذلك يتم تعديل صياغة قيد هدف الاولوية الثانية من شكلة الحالى وهو :

$$س_1 + س_2 \geq ٥٠٠٠$$

الى الشكل الصحيح فى صورة معادلة القيد كالآتي :

$$س_1 + س_2 + ف_2^- - ف_2^+ = ٥٠٠٠$$

وبعد الانتهاء من مناقشة اعداد صياغة القيود الثلاثة الواردة بالمثال المذكور ،فان الصياغة التالية ستكون هى الصياغة الرياضية لقيود الموارد والأهداف في صورتها الكاملة :

$٢س_1 + س_2 + س_3 = ٧٢٠٠$ (قيد طاقة التجميع)

$١٥س_1 + ١٠س_2 + ف_1^- - ف_1^+ = ٧٠٠٠٠$ (هدف الربح)

$س_1 + س_2 + ف_2^- - ف_2^+ = ٥٠٠٠$ (هدف مستوى المخزون)

$س_1 ، س_2 ، س_3 ، ف_1^- ، ف_1^+ ، ف_2^- ، ف_2^+ \geq$ صفر (عدم السلبية)

دالة هدف برمجة الاهداف :

Goal Programming objective Function

تعتبر صياغة دالة هدف نموذج برمجة الاهداف عملية هامة جدا وتتطلب تركيزا خاصا لتفهم المنطق الرياضي وراء شكل الصياغة التى تأخذها تلك الدالة . فليس بخاف علينا انه بعد اضافة متغيرات الانحراف السالبة والموجبة الى القيود الاصلية للاهداف ، سيؤدى الى اننا سنفقد الاتجاه الاصلى للهدف (اقل من أو أكبر من) ، اذ بعد اضافة هذه المتغيرات ستصبح القيود على شكل معادلات متساوية الطرفين ومن ثم اختفت الاشارة الاصلية للقيد ($<$ ، $>$) وحل محلها اشارة التعادل ($=$) ،وعلى ذلك اذن باضافة متغيرات الانحراف الى القيد الاصلى للهدف لم يعد فى الامكان استنتاج **اتجاه الهدف من معادلة القيد** ، فمثلا معادلة قيد هدف مستوى المخزون الموضوع كما تم صياغته في الاصل يشير الى ان المطلوب ان يكون اجمالي انتاج نوعي السلع ليس أكثر من ٥٠٠٠ وحدة ، وبعد اضافة متغيرات الانحراف لهذا القيد اصبح فى صورة المعادلة التالية :

$$س_1 + س_2 + ف_2^- - ف_2^+ = ٥٠٠٠$$

ان هذا القيد على هذه الصورة (معادلة) ،لايوضح لنا ماذا كنا نرغب ان نجعل $س_1 + س_2$ تزيد عن ٥٠٠٠ وحدة او ان تقل عن ذلك أو أن تساوى ٥٠٠٠ تماما ،ونفس الامر يحدث بالنسبة لقيد الاولوية الاولى والخاص بمستوى الارباح وهذا مانطلق عليه اصطلاح فقد الاتجاه Loss of Direction (يلاحظ ان هذا لايحدث الا مع قيود الاهداف فقط ، اما القيود التكنولوجية وقيود الحدود الاخرى فلا تواجهنا هذه المشكلة حيث لايضاف اليها متغيرات انحراف ، ولكن يضاف اليها متغيرات راكدة ،أو متغيرات مضافة ،أو متغيرات اصطناعية وهذا لايفقدنا الاتجاه الاصلي للقيد) .

ان التخوف من حالة فقد الاتجاه لايمثل مشكلة معقدة اذ يمكن علاجها والابقاء على معرفة الاتجاه الصحيح لقيد الهدف وذلك من خلال اجراء تصحيح وتعديل بسيط ويسير عند صياغة ووضع دالة الهدف .

ان دالة هدف نموذج برمجة الاهداف تسعى الى تخفيض الانحرافات غير المرغوب فيها Undesirable لقيود الهدف ، فمثلا حيث ان مدير الانتاج قد قرر أن يكون الربح المستهدف يساوى على الاقل ٧٠٠٠٠ جنيه ،لذلك فان الامر يتطلب اعتبار أن عدم تحقق هذا الهدف بكامله أو بمعنى آخر مقدار عدم تحققه والمقاس بمتغير الانحراف ($ف_1^-$) هو انحراف غير مرغوب فيه ينبغى العمل على تخفيضه ،لذا ينبغى اضافة هذا المتغير الى دالة الهدف للعمل على تخفيضه ، وبناء على ذلك الفهم والتوضيح فانه لاينبغى ان يضاف المتغير ($ف_1^+$) والذى يقيس المبالغة او الزيادة أو التجاوز فى تحقيق هدف الربح لأنه انحراف مرغوب فيه .

أما بالنسبة لهدف الاولوية الثانية والمتمثل في تحديد حجم الانتاج من المنتجين معا بما لايزيد عن ٥٠٠٠ وحدة ، فان المبالغة أو التجاوز فى تحقيق هذا الهدف (أي انتاج أكثر من ٥٠٠٠ وحدة) يعتبر انحرافا غير مرغوب فيه ، لذلك فان متغير الانحراف الذى سيتم اضافته الى دالة الهدف لتخفيضه ، هو ذلك المتغير الذى يمثل الانحراف غير المرغوب فيه ، أي المبالغة في تحقيق الهدف ، وهو متغير الانحراف ($ف_2^+$) ولايضاف متغير الانحراف الآخر ($ف_2^-$) لانه يمثل انحراف مرغوب فيه .

وكقاعدة عامة : اذا كان قيد الهدف (أقل من أو يساوى) ، فانه يتعين اضافة متغير الانحراف الذى يبالغ في تحقيق الهدف ($ف^+$) الى دالة تخفيض الهدف .أما

اذا كان قيد الهدف (اكبر من أو يساوى) ،فانه يجب ضم متغير الانحراف الذى يقيس مقدار النقص أو عدم التحقق ($ف^-$) الى دالة الهدف ، أما اذا كان القيد (يساوى) فانه من الضروري اضافة كلا المتغيرين ($ف^+$ ، $ف^-$) الى دالة الهدف لأن كلا منهما فى تلك الحالة يمثل انحرافا غير مرغوب فيه .

وعلى ذلك ستكون مكونات دالة هدف نموذج برمجة الاهداف عبارة عن كافة متغيرات الانحراف غير المرغوب فيه وفقا للقاعدة السابقة . وسيكون هدف تلك الدالة هو العمل على تخفيض تلك الانحرافات . ولكن يبقى تمثيل اولويات الاهداف فى دالة الهدف ، فليس من المعقول ان نقوم بتخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف ادنى ويكون ذلك على حساب هدف ذات أولوية أعلى . ان الهدف هو تخفيض الانحرافات غير المرغوب فيها ولكن فى اطار مراعاة اولويات الاهداف المحددة بالمشكلة .

فمثلا بفرض انه يوجد لدينا هدفين لهما متغيرات انحراف غير مرغوب فيها هما : $ف^+_م$ ، $ف^-_ل$ ،وان الهدف م يمثل اولوية اعلى من الهدف ل ، عندئذ يمكن وضع صياغة دالة الهدف على الصورة التالية :

تخفيض $ف^-_ل$ | نهاية صغرى $ف^+_م$

وتقرأ كالآتي : تخفيض $ف^-_ل$ بعد تحقيق النهاية الصغرى للانحراف $ف^+_م$ وهذا يعني اننا سنصل الى تخفيض انحراف الاولوية الثانية عن طريق الوصول الى النهاية الصغرى للانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الاعلى . اذن سيكون التعامل أولاً مع الأولوية الاولى للوصول بانحرافها الى النهاية الصغرى ومن ثم يكون العمل على تخفيض انحراف الاولوية الثانية .

وحيث إن هدف الربح فى مثالنا الحالى يمثل

اولوية اعلى من هدف مستوى المخزون ، اذن ستأخذ صورة دالة الهدف للمشكلة التى نعد صياغتها الآن الشكل التالي :

تخفيض $ف_2^+$ | نهاية صغرى $ف_1^-$

والتي يمكن ترجمتها لفظيا الى : تخفيض عدد الوحدات المنتجة زيادة عن ٥٠٠٠ وحدة بعد تحقيق النهاية الصغرى للانحراف غير المرغوب فيه لمستوى ارباح مقدارها ٧٠٠٠٠ جنيه على الاقل .

وتلخيصا لما تقدم ستكون الصياغة الرياضية الكاملة لنموذج برمجة الاهداف للمثال الحالي على الصورة التالية :

الصياغة الرياضية :

دالة الهدف : تخفيض $ف_2^+$ | نهاية صغرى $ف_1^-$

بشرط أن :

$$٢س_1 + س_2 + س_3 = ٧٢٠٠$$

$$١٥س_1 + ١٠س_2 + ف_1^- - ف_1^+ = ٧٠٠٠٠$$

$$س_1 + س_2 + ف_2^- - ف_2^+ = ٥٠٠٠$$

$$س_1 ، س_2 ، س_3 ، ف_1^- ، ف_1^+ ، ف_2^- ، ف_2^+ \geq \text{صفر}$$

اعداد جداول السمبلكس :

بعد الانتهاء من اعداد الصياغة الرياضية لنموذج برمجة الاهداف ، ووفقا لمنهج السمبلكس ، فانه يتم اعداد جدول الحل المبدئي ، وفيما يلى جدول الحل المبدئي ، علما بأننا سنتناول بالشرح والتحليل كيفية تكوينه وكيفية تحديد معاملات صفوفه وأعمدته بعد استعراض الجدول وذلك حتى يتمكن القارىء من الوقوف أولا بأول على اسلوب اعداده وتدوين بياناته واستكمال العمليات الحسابية المطلوبة لاعداده .

الجدول المبدئي

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية $ل_1$ $ل_2$	المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	
صفر صفر	$س_3$	٧٢٠٠	(٢)	١	١	صفر	صفر	صفر	صفر	$\frac{٧٢٠٠}{٣} = ٢٦٠٠$
١ صفر	$ف_1^-$	٧٠٠٠٠	١٥	١٠	صفر	١	-١	صفر	صفر	$\frac{٧٠٠٠٠}{١٥} = \frac{١٤٠٠٠}{٣}$
صفر صفر	$ف_2^-$	٥٠٠٠	١	١	صفر	صفر	صفر	١	-١	$\frac{٥٠٠٠}{١} = ٥٠٠٠$
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
صفر	$ل_2$	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
		صافى التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	
٧٠٠٠٠	$ل_1$	التكاليف الداخلة	١٥	١٠	صفر	١	-١	صفر	صفر	
		صافى التغير	-١٥	-١٠	صفر	صفر	١	صفر	صفر	

متغير خارج

متغير داخل

العنصر المحورى

وبالنظر الى جدول الحل المبدئي يتضح أنه يتكون على نمط يشابه الى حد كبير جدول السمبلكس المعتاد ، وان كانت هناك بعض الاختلافات الجوهرية والاساسية التي تتلاءم مع طبيعة نموذج برمجة الاهداف والذى يشتمل على عدد من الاهداف ذات الاولويات المعينة . وفيمايلي نوضح كيفية اعداد هذا الجدول .

أولا : تحديد المتغيرات الاساسية بالجدول المبدئي :

يتم تعيين المتغيرات الاساسية بجدول الحل المبدئي بالطريقة المعتادة والتي سبق استخدامها فى نموذج البرمجة الخطية ، وللتذكرة فان ذلك كان يتم عن طريق وضع قيمة المتغيرات القرارية (س١ ، س٢) مساوية للصفر وعندئذ يتم تعيين اى المتغيرات الراكدة أو متغيرات الانحراف بالقيود الموجودة بالصياغة ستكون أساسية بفرض تحقيق تلك القيود ، فمثلا اذا كانت س٣ = س٤ = صفر فان قيد الطاقة سيكون متوازن عندما تكون قيمة المتغير الراكد (س٣) تساوى ٧٢٠٠ وهذه النتيجة تم التوصل اليها كالآتي :

∴ ٢س١ + س٢ + س٣ = ٧٢٠٠

وحيث ان س١ = س٢ = صفر (عند الحل المبدئي ـ نقطة الاصل)

∴ بالتعويض بهذه القيم فى المعادلة السابقة :

٢ (صفر) + ١ (صفر) + س٣ = ٧٢٠٠

∴ س٣ = ٧٢٠٠

وعلى ذلك فان س٣ متغير اساسي وقيمته ٧٢٠٠ عند الحل المبدئي .

وبنفس الطريقة فان قيد هدف الربح يكون متوازنا عندما يكون متغير انحراف عدم التحقق (ف١) معادلا ٧٠٠٠ ، ومتغير التحقق مساويا للصفر كالآتي (حيث انه لا انتاج ومن ثم لا ارباح اى عدم تحقق اى مستوى من هدف الربح وعليه فان متغير التحقق = صفر) :

$$\therefore \quad ١٥س_{١} + ١٠س_{٢} + ف_{١}^{-} - ف_{١}^{+} = ٧٠٠٠٠$$

وحيث ان $س_{١} = س_{٢} = ف_{١}^{+} =$ صفر

∴ بالتعويض بهذه القيم فى المعادلة السابقة :

$$١٥(\text{صفر}) + ١٠(\text{صفر}) + ف_{١}^{-} - ١(\text{صفر}) = ٧٠٠٠٠$$

$$\therefore \quad ف_{١}^{-} = ٧٠٫٠٠٠$$

وعليه فان متغير الانحراف ($ف_{١}^{-}$) سيظهر كمتغير اساسي بالجدول المبدئي وبقيمة مقدارها ٧٠٫٠٠٠ .

كذلك فان قيد مستوى المخزون يكون متعادلا عندما يكون متغير التحقق مساويا ٥٠٠٠ ومتغير انحراف التجاوز مساويا للصفر (حيث انه بالجدول المبدئي لايوجد انتاج ومن ثم فلن يكون هناك تجاوز في هدف المخزون المحدد ، أي ان $ف_{٢}^{-}$ ستكون مساوية للصفر بالجدول المبدئي) .

$$\therefore \quad س_{١} + س_{٢} + ف_{٢}^{-} - ف_{٢}^{+} = ٥٠٠٠$$

وحيث ان $س_{١} = س_{٢} = ف_{٢}^{+} =$ صفر

∴ بالتعويض بهذه القيم فى المعادلة السابقة ينتج ان قيمة $ف_{٢}^{-} = ٥٠٠٠$

ولذلك سنجد ان المتغيرات الاساسية في الجدول المبدئي هي $س_{٣}$ ، $ف_{١}^{-}$ ، $ف_{٢}^{-}$ وقيمة كل منها على الترتيب ٧٢٠٠ ، ٧٠٠٠٠ ، ٥٠٠٠ . وعلى ذلك يتم تسجيل المتغيرات الاساسية في العمود الثاني بالجدول وعلى اليسار بالعمود الثالث قيمة كل من تلك المتغيرات الاساسية على نفس النمط الذى سبق اتباعه بطريقة السمبلكس .

كذلك يلاحظ من الجدول المبدئي ان معاملات الهدف لكل متغير اساسي قد وضعت في العمود الاول باقصى اليمين وهي بذلك ايضا تشابه فى وضعها جدول السمبلكس التقليدى

الا ان هناك اختلافا جوهريا بينهما ،فجدول السمبلكس التقليدى يتعامل مع المشاكل وحيدة الهدف ،أما برمجة الاهداف ذاتها فانها تتعامل مع المشاكل متعددة الاهداف ،لذلك ينبغى ان تعكس معاملات دالة الهدف هذا التعدد في الاهداف . وحيث انه يوجد فى ذلك المثال هدفين هما ١(الربح – ومستوى المخزون)١ ، لذلك فقد رمزنا لهدف الاولوية الاولى بالرمز (ل١) ، وتكون بذلك (ل٢) هي رمز هدف الاولوية الثانية (مستوى المخزون) ، ومعنى ذلك انه لكل متغير اساسى معاملين احدهما في هدف الاولوية الاولى ، والثاني لهدف الاولوية الثانية .

فبالنسبة لهدف الربح وهو هدف الاولوية الاولى ، فالهدف هو تخفيض قيمة الانحراف السالب ف$_1^-$(متغير انحراف عدم التحقق) ،لذلك فان دالة هدف مستوى الاولوية الاولى هي :

تخفيض = صفر س$_1$ +صفر س$_2$ +صفر س$_3$ – ف$_1^-$ + صفر ف$_1^+$ +صفر ف$_2^-$ + صفر ف$_2^+$.

ومن هذه الدالة يلاحظ ان جميع المتغيرات بها لها معاملات صفرية ماعدا المتغير ف$_1^-$. وعلى ذلك سنجد أن المتغير الاساسي (س$_1$) معاملة فى هدف الاولوية الاولى صفر ، كذلك الحال بالنسبة للمتغير الاساسي (ف$_2^-$) ،أما المتغير ف$_1^-$ فمعامله = ١

وبالنسبة لدالة هدف مستوى الاولوية الثانية (مستوى المخزون) ، فانه يمكن كتابتها على الصورة التالية :

تخفيض : صفر س$_1$ +صفر س$_2$ + صفر س$_3$ + صفر ف$_1^-$ + صفر ف$_2^-$ + ف$_2^+$

ومن هذه الدالة يتضح ان كل المتغيرات معاملها فى دالة الهدف للاولوية الثانية صفرا ماعدا متغير

الانحراف الموجب $ف_{٢}^{+}$ ، لذلك سنجد ان معاملات المتغيرات الاساسية بالجدول المبدئي عند الاولوية الثانية كلها مساوية للصفر .

أما جسم الجدول والذى يبين معاملات القيود فقد تم اعداده كأي نوع من مشاكل البرامج الخطية .

ثانيا : تجسيد تعدد الأهداف :

ان التعديل الجوهرى الذى يتحتم اجراؤه على جدول السمبلكس التقليدى انما هو انعكاس لتعدد الاهداف في مشاكل برمجة الاهداف ، ونظرا لان المشكلة التي نعالجها الآن تتضمن هدفين ،لذا ينبغى ان يأتي الجدول انعكاسا وتجسيدا لهذين الهدفين ،وهذا يتطلب ويفرض ضرورة تقسيم الجزء الاسفل من الجدول الى عدد من الاقسام وفقا لعدد الاهداف الموجودة بالمشكلة ،ولذلك فقد تم تقسيم الجزء الاسفل من الجدول المبدئي السابق الى قسمين ، يمثل كل منهما هدفا معينا ،أما ترتيب وضع تلك الاهداف فى الاقسام المخصصة لها فانه يتمشى مع الترتيب التصاعدى لمستوى الاولوية ، فاقل الاهداف أولوية يوضع في أول قسم ، ثم الذى يليه فى الاولوية يوضع فى القسم الثاني وهكذا .

وفي كل جزء من الاجزاء المخصصة لمستوى الاولويات يجرى تقسيمه افقيا الى ثلاثة صفوف ،أولهما يخصص للارباح الداخلة ، والثاني يمثل التكاليف الداخلة ، أما الصف الثالث والاخير فيخصص لصافى التغير . وبطبيعة الحال هذه التقسيمات بهذا الشكل تخالف شكل الجدول الذى يعد لمعالجة مشاكل البرمجة الخطية وحيدة الهدف والذى كان يوضع به صف الارباح الداخلة فى قمة الجدول ،أما في مشاكل برمجة الاهداف ، فان الارباح الداخلة تشكل مع التكاليف الداخلة وقيم صافي التغير مجموعة واحدة لكل

مستوى اولوية وتوضع فى الجزء الاسفل من الجدول .

والسؤال المطروح الآن : ماهي قيم الارباح الداخلة التى سيتم تسجيلها عند كل مستوى من مستويات الاولوية الموضوعة ؟ للاجابة على ذلك نقول أن قيم الارباح الداخلة هي ببساطة معاملات دالة الهدف لكل متغير عند مستوى الاولوية المخصص ،فبالنسبة لمستوى الاولوية ($ل_1$) نجد ان الارباح الداخلة الوحيدة غير الصفرية هي المقابلة للمتغير $ف_1^-$ (هدف الربح غير المحقق) ،وعند مستوى الاولوية الثانية ($ل_2$) فان الارباح الداخلة الوحيدة غير الصفرية هي المقابلة للمتغير $ف_2^+$ (التجاوز أو المبالغة فى مستوى المخزون) ، أو بشكل أبسط قيم قراءة دالة الهدف الواردة بالصياغة الرياضية لمشكلة برمجة الاهداف ، وتكون متغيرات الانحراف الواردة بها هي فقط المتغيرات التى لها معامل بدالة الهدف كأرباح داخلة وفقا للأولوية المحددة وماعدا ذلك من متغيرات فان ارباحها الداخلة صفرية لأنها لم تدخل فى دالة الهدف بالصياغة الرياضية . ولذلك سيتم كتابة رقم ١ بصف الارباح الداخلة عند الاولوية الثانية وتحت عمود المتغير $ف_2^+$ وباقى معاملات الصف تكون صفرا ، كذلك نضع رقم ١ فى صف الارباح الداخلة عند مستوى الاولوية الاولى واسفل عمود المتغير $ف_1^-$ وباقى معاملات الصف تكون صفرا .

ثالثا : حساب قيم صف التكاليف الداخلة :

يتم حساب قيم صف التكاليف الداخلة بالاسلوب العادى المتبع بطريقة السمبلكس ، أى هي مجموع حواصل ضرب المعاملات الواردة بكل عمود فى القيم المقابلة لها بعمود معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية ، ويكون حاصل الضرب هو بمثابة التكلفة الداخلة لذلك العمود ، مع ملاحظة ان يتم ذلك عند كل مستوى اولوية . فمثلا التكلفة

الداخلة لعمود المتغير $س_1$ عند مستوى الاولوية الاولى يتم حسابها كالآتي :

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية عند $ل_1$		$س_1$	
صفر	×	٢	= صفر
١	×	١٥	= ١٥
صفر	×	١	= صفر

١٥ التكلفة الداخلة

وكذلك يتم حساب التكلفة الداخلة للمتغير $س_1$ عند مستوى الاولوية الثانية بنفس الطريقة كالآتي :

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية عند $ل_2$		$س_1$	
صفر	×	٢	= صفر
صفر	×	١٥	= صفر
صفر	×	١	= صفر

صفر التكلفة الداخلة

رابعا : حساب قيم صف صافى التغير :

ويتم حساب قيم صافى التغير لكل مستوى أولوية بالطريقة المعتادة أي بطرح قيم التكاليف الداخلة من قيم الارباح الداخلة بالنسبة لكل متغير من متغيرات الصياغة الرياضية للمشكلة ، فمثلا بالنسبة للمتغير ($س_1$) وعند مستوى اولوية ($ل_1$) تكون قيمة صافى التغير كالآتي :

صافي التغير = الارباح الداخلة ـ التكاليف الداخلة

= صفر ـ ١٥ = ـ ١٥

وعند مستوى اولوية (ل$_{٢}$) تكون قيمة صافى التغير كالآتي :

صافى التغير = صفر – صفر = صفر

ونذكر القارىء في هذا الجزء بأن قيم صافي التغير تمثل التأثير على دالة الهدف لكل مستوى اولوية ، والذى ينتج عن زيادة وحدة واحدة في قيم المتغيرات ، فزيادة وحدة واحدة من المتغير س$_{م}$ ،ستؤدى الى تخفيض قيمة هدف الاولوية الاولى بمقدار ١٥ ،في حين ان نفس تلك الزيادة لن يكون لها أي اثر على قيمة هدف الاولوية الثانية .

خامسا : حساب قيمة دالة الهدف للحل المبدئي :

ويمكن حساب وايجاد القيمة الجارية أو الحالية لدالة الهدف عند كل مستوى اولوية ايضا بالطريقة المعتادة ، أي بضرب قيمة كل متغير أساسي × معامل الهدف المقابل لذلك المتغير عند الاولوية المحددة ومن ثم جمع ناتج الضرب فيكون هو قيمة دالة الهدف عند تلك الاولوية . فبالنسبة للأولوية الاولى (ل$_{١}$) يمكن حساب قيمة دالة الهدف من واقع بيانات الجدول المبدئي وذلك كالآتي :

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية ل$_{١}$		القيم		
صفر	×	٧٢٠٠	=	صفر
١	×	٧٠٠٠٠	=	٧٠٠٠٠
صفر	×	٥٠٠٠	=	صفر

قيمة دالة هدف (ل$_{١}$) = ٧٠٠٠٠

وبالنسبة لمستوى الاولوية (ل٢) تكون قيمة دالة الهدف كالآتي :

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية ل٢		القيم		
صفر	×	٧٢٠٠	=	١ صفر
صفر	×	٧٠٠٠٠	=	صفر
صفر	×	٥٠٠٠	=	صفر
				صفر

قيمة دالة هدف (ل٢)

والى هذا الحد نكون قد استكملنا كافة البيانات والمعلومات للجدول المبدئي ، وقد يكون من المفيد جدا ان نعلق على مغزى النتائج التى يظهرها الجدول المبدئي اذ مامعنى ان قيمة دالة الهدف للاولوية الاولى ٧٠ر٠٠٠ جنيه ؟ ، ان ذلك يعنى ان الحل الوارد بالجدول المبدئي ينحرف عن هذه الاولوية بمقدار ٧٠ر٠٠٠ جنيه ، أو بمعنى آخر يبلغ الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الاولى (الربح) بما يعادل ٧٠٠٠٠ جنيه ، وهذا بطبيعة الحال أمر منطقى ، وذلك لان جدول الحل المبدئي يمثل حالة عدم الانتاج ، أي أن قيمة س١ ، س٢ وهي المتغيرات القرارية مساوية للصفر . وطالما ان الامر كذلك فانه لا أرباح محققة ، أي ان الارباح المستهدفة كأولوية اولى مقدارها ٧٠٠٠٠ جنيه ، فى حين ان الحل المبدئي يحقق ارباحا محققة مقدارها صفر ، أي ان نتائج الحل الحالي تنحرف انحرافا غير مرغوب فيه عن المستهدف بما مقداره ٧٠ر٠٠٠ جنيه .

ومن ناحية اخرى فان حالة عدم الانتاج التي يمثلها جدول الحل المبدئي يعنى ان قيمة كل من المتغيرات القرارية س١ ، س٢ مساوية للصفر. ومن ثم فلا يوجد انتاج للتخزين ، أى أن هدف الاولوية الثانية

مستوفي تماما دون انحراف غير مرغوب فيه وذلك لأن قيد هدف التخزين سبق ان تم صياغته كالآتي :

$$س_1 + س_2 \geq 5000$$

ولهذا السبب سنجد أن قيمة دالة الهدف للأولوية الثانية مقدارها صفر ، أي لايوجد انحراف غير مرغوب فيه فى تحقيق هدف التخزين كأولوية ثانية .

سادسا : اختبار مثالية الحل :

ان اختبار مثالية الحل والذى سبق اتباعه في نماذج البرمجة الخطية سيتم ادخال بعض التعديل عليه ليتلاءم مع نموذج برمجة الاهداف من حيث تعدد الاهداف واولويتها ، ولقد سبق القول فى اختبار مثالية الحل في مشاكل البرمجة الخطية فى الفصول المتقدمة انه اذا كانت المشكلة تمثل مشكلة تخفيض دالة الهدف ، اذن شرط الامثلية هو ان تكون كافة قيم صف صافى التغير موجبة أو صفرية ، اذ ان غياب القيم السالبة بصف صافى التغير يعنى ان الانحرافات غير المرغوب فيها لايمكن الاستمرار في تخفيضها اكثر من ذلك .

من ناحية أخرى فان الامثلية تشير الى انه عندما تكون بعض المتغيرات ذات قيمة صافى تغير سالبة ، قد يكون لها قيم صافى تغير موجبة (غير صفرية) عند مستويات الاولوية الاعلى وهذا بطبيعة الحال هو الوضع الامثل بسبب هيكل أولويات الاهداف . فبرغم ان القيمة السالبة تعنى ان بعض متغيرات الانحراف للاولويات المنخفضة يمكن ان تنخفض اكثر مما عليه ، الا ان ذلك سيؤدى بالتالى الى زيادة انحرافات بعض أهداف الاولويات الاعلى . وتقيدنا والتزامنا بأولويات الاهداف يمنعنا من عمل ذلك. وبمعنى أكثر وضوحا فاننا سنستمر فى تحسين الحل وادخال متغيرات اساسية جديدة

للحل طالما كان فى استطاعتنا تخفيض واحد أو أكثر من متغيرات الانحراف دون زيادة متغير انحراف الاولوية العليا ١٠

وتلخيصا لما تقدم فانه لاختبار مثالية الحل فاننا ننظر الى صف صافى التغير لمستوى الاولوية الاعلى أولا ، فاذا تبين ان كل القيم موجبة او صفرية نكون قد وصلنا الى الحل الامثل ، أما اذا ظهرت قيم صافي تغير عند هذا المستوى من الاولوية فيتعين الدخول في جولة تالية لتحسين الحل . وهنا يثار تساؤل وماهو موقف صافي التغير للأولويات الادنى ؟ الا يمكن استخدامها للحكم على المثالية وتحسين الحل ؟ سيتم الاجابة على هذا التساؤل في حينه وعندما نواجه بهذا الموقف عند الحل .

وتطبيقا لقواعد اختبار المثالية التى اوضحناها في السطور المتقدمة ،يتضح من جدول الحل المبدئي أن هناك قيما سالبة للمتغيرات القرارية $س_1$ ،$س_2$ فى صف صافي التغير بالنسبة لهدف الاولوية الاولى ($ل_1$) . لذلك يمكن القول ان الحل الذى يقدمه الجدول المبدئي هو حل غير أمثل ويتعين السير فى خطوات تحسين الحل التالية .

سابعا : تحسين الحل :

ويتم اجراء تحسين الحل بنفس الخطوات المعتادة والتى سبق اتباعها عند التعرض لحل مشاكل البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس ، والتى تتضمن اختيار المتغير الداخل ، وتعيين المتغير الخارج ، وتحديد المفتاح ،ثم أعداد جدول تحسين الحل ، وفيما يلي استعراض تلك الخطوات بالتطبيق على جدول الحل المبدئي السابق .

(١) اختيار المتغير الداخل :

بعد ان تبين من اختبار مثالية الجدول المبدئي للحل انه فى الامكان تحسين دالة هدف مستوى الاولويه الأولى

($ل_1$) ، حيث انه يوجد اكثر من قيمة صافى تغير سالبة عند مستوى الاولوية الاولى . وكالمعتاد سيتم اختيار المتغير ذات اكبر قيمة صافى تغير باشارة سالبة ،طالما ان ذلك المتغير له قيمة صافى تغير صفرية عند أهداف الاولويات الاقل .

ومن الجدول المبدئي السابق ، يتضح ان كلا من المتغيرين $س_1$ ، $س_2$ لهما قيم صافي تغير سالبة عند مستوى الاولوية الاول ($ل_1$) ، وذلك يعنى ان كليهما يفيد ان في تخفيض حجم الانحراف غير المرغوب لهدف الربح، وحيث ان المتغير $س_1$ هو الذى له قيمة صافى تغير باشارة سالبة تزيد عن قيمة صافى التغير للمتغير $س_2$ ($س_1$ = − ١٥ ، $س_2$ = − ١٠) لذلك يتم اختيار $س_1$ كمتغير داخل .

(٢) تعيين المتغير الخارج :

أما المتغير الذى سيتم اختياره كمتغير خارج، فسيتبع فى طريقة اختياره الطريقة ذاتها والتى سبق اتباعها فى مشاكل البرمجة الخطية وحيدة الهدف . اذ سيتم حساب المعدلات عن طريق قسمة قيمة كل متغير اساسى في الجدول على المعامل الموجب المقابل بعمود المتغير الداخل ، ومن ثم يتم اختيار المتغير الذى يصل الى الصفر قبل غيره ، أي المتغير ذات أقل معدل كمتغير خارج ، ويلاحظ أننا اجرينا هذه العملية الحسابية على يسار الجدول المبدئي ووفقا لذلك سيكون المتغير الخارج هو المتغير $س_4$ وسيحل محله المتغير الداخل $س_1$.

(٣) تعيين العنصر المحوري (المفتاح):

وسنجد من الجدول المبدئي ان العنصر المحورى (المفتاح) والذى يتحدد من تقاطع صف المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل ، وهو الرقم (٢) والموضح بالجدول .

(٤) اعداد الجدول الثاني :

تتم كافة العمليات المطلوبة لتكوين الجدول الثاني طبقا لمنهج طريقة السمبلكس والتى تناولناها سابقا ، اذ يتم ايجاد القيم الجديدة للصف الرئيسي الجديد (صف س) بقسمة كل المعاملات الموجودة بالصف القديم (صف المتغير الخارج) على العنصر المحورى (المفتاح) ، وكذلك يتم ايجاد القيم الجديدة لباقى الصفوف بنفس العمليات الحسابية التى تناولناها بالتفصيل فى حل مشاكل البرمجة الخطية وحيدة الهدف بالفصل الثاني . كذلك فان صف صافى التغير وكذلك قيم دالة الهدف فيتم حسابها وفقا لما اتبعناه عند اعداد الجدول السابق . وبعد اجراء كافة العمليات الحسابية المطلوبة سيظهر جدول الحل الثاني على الصورة التالية :

الجدول الثاني

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية $ل_1$ $ل_2$	المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	
صفر صفر	$س_1$	٣٦٠٠	١	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	صفر	صفر	صفر	صفر	٧٢٠٠
١ صفر	$ف_1^-$	١٦٠٠٠	صفر	$\frac{5}{2}$	$-\frac{15}{2}$	١	-١	صفر	صفر	٦٤٠٠
صفر صفر	$ف_2^-$	١٤٠٠	صفر	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	صفر	صفر	١	-١	٢٨٠٠
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
صفر	$ل_2$	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
		صافى التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	
١٦٠٠٠	$ل_1$	التكاليف الداخلة	صفر	$\frac{5}{2}$	$-\frac{15}{2}$	١	-١	صفر	صفر	
		صافى التغير	صفر	$-\frac{5}{2}$	$\frac{15}{2}$	صفر	١	صفر	صفر	

ويمكن ان نلاحظ من الحل الوارد بالجدول الثاني (وهو جدول تحسين الحل) انه بدخول المتغير $س_4$ الى الحل كمتغير اساسي قد أدى الى انخفاض دالة هدف الاولوية الاولى (الربح) من ٧٠٫٠٠٠ الى ١٦٠٠٠ (وهو انحراف غير مرغوب فيه بالنسبة لهدف الربح) ، وفى نفس الوقت استمرت قيمة دالة هدف الاولوية الثانية مساوية للصفر ، ولكن ماهو تفسير تلك النتائج ؟ الجزء التالي يقدم تفسيرا لهذه النتائج لنقف على ماحدث عندما تم الانتقال من جدول الحل المبدئي الى الجدول الثاني .

من الجدول الثاني يتضح ان قيمة المتغير الاساسي ($س_1$) هى ٣٦٠٠ وهذا يعنى انه وفقا للحل الوارد بالجدول الثاني سيتم انتاج عدد ٣٦٠٠ وحدة من المنتج $س_1$ ، وحيث ان هامش ربح الوحدة الواحدة منها هو ١٥ جنيه ، اذن انتاج هذه الكمية ستحقق ارباحا مقدارها ٥٤٠٠٠ جنيه (٣٦٠٠ x ١٥) ، وهذا يعنى ان الانحراف عن هدف الربح سينخفض بمقدار ٥٤٠٠٠ جنيه عما كان عليه في الجدول المبدئي (٧٠٠٠٠) ، أي سيصبح الانحراف مقداره ٧٠٠٠٠ – ٥٤٠٠٠ = ١٦٠٠٠ جنيه ، ولذلك وجدنا أن الجدول الثاني يعطى قيمة دالة هدف للاولوية الاولى (الربح) مقدارها ١٦٠٠٠ جنيه .

من ناحية اخرى ، لماذا استمرت قيمة دالة هدف الاولوية الثانية مساوية للصفر كما كانت عليه في الجدول المبدئي ؟ للاجابة على ذلك نقول ان انتاج ٣٦٠٠ وحدة من $س_1$ يعتبر أقل من الحد الاقصى لمستوى المخزون والمحدد بعدد ٥٠٠٠ وحدة من المنتجين، أي انه حتى الآن لاتوجد انحرافات غير مرغوب فيها بالنسبة لهدف الاولوية الثانية ، ولهذا السبب ظهرت قيمة دالة هدف الاولوية الثانية مساوية للصفر .

ولكن هل الجدول الثاني الذى توصلنا اليه يمثل

جدولا للحل الامثل أم يتعين العمل على تحسينه ؟ وفقا لقاعدة الامثلية سنجد من فحص قيم صف صافى التغير عند الاولوية الثانية بالجدول الثاني ان هناك قيمة صافي تغير سالبة للمتغير س٢ (− ٥/٢) ، وهذا يعنى ان هناك امكانية لتحسين الحل عن طريق تخفيض انحرافات هدف المستوى الاول (الربح) بمقدار ص٢ جنيه (٥/٢) لكل وحدة يتم انتاجها من س٢ . لذلك يمكن تقرير ان الحل الذى يقدمه الجدول الثاني ليس هو الحل الامثل بعد ، ولكن يتعين السير لتحسينه ، ولهذا الغرض سيكون المتغير س٢ هو المتغير الداخل (هو المتغير الوحيد الذى له قيمة صافى تغير سالبة عند الاولوية الاولى) ، وتشير قيم العمليات الحسابية المستخدمة لتحديد المتغير الخارج ان المتغير الخارج هو (ف٢) لأنه ذات اقل خارج قسمة ، ونود أن نذكر القارىء هنا بأن المتغير ف٢ يمثل عدم التحقق للحد الاقصى لمستوى المخزون . لذلك فان انتاج س٢ سيعمل على استغلال طاقة التخزين المتبقية .

(٥) اعداد الجدول الثالث :

ويتم اعداد الجدول الثالث بذات الاسلوب الذى اتبع في اعداد الجدولين السابقين ، وباتمام العمليات الحسابية المطلوبة لهذا الجدول كما هو معتاد سنصل الى الجدول الثالث التالي :

الجدول الثالث

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية ل١ ل٢	المتغيرات الاساسية	القيم	س١	س٢	س٣	ف١ −	ف١ +	ف٢ −	ف٢ +	
صفر صفر	س١	١٢٠٠	١	صفر	١	صفر	صفر	− ١	١	٢٢٠٠
١ صفر	ف١ −	٩٠٠٠	صفر	صفر	− ٥	١	− ١	− ٥	٥	١٨٠٠
صفر صفر	س٢	٢٨٠٠	صفر	١	− ١	صفر	صفر	٢	− ٢	
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
صفر	ل٢	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
		صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	
٩٠٠٠	ل١	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	− ٥	١	− ١	− ٥	٥	
		صافي التغير	صفر	صفر	٥	صفر	١	٥	− ٥	

المتغير الخارج

متغير داخل

ومن الجدول الثالث يمكن ان نقف على الملاحظات التالية :

* ان هذا الجدول لايمثل بعد الحل الأمثل، حيث انه مازالت توجد قيمة صافى تغير سالبة بالنسبة للاولوية الاولى عند المتغير (ف$_{٢}^{+}$) ، ومن ثم فان اختيار هذا المتغير للدخول فى جولة تالية للحل سيعمل على تخفيض الانحرافات غير المرغوب فيها لهدف الربح بمقدار ٥ جنيهات عن كل وحدة تضاف من المتغير (ف$_{٢}^{+}$) .

* يلاحظ ايضا ان قيمة صافى التغير فى مستوى الاولوية الثانية للمتغير (ف$_{٢}^{+}$)هو(+١) ،وحيث ان هذا المتغير يمثل الانحراف غير المرغوب بالنسبة لهدف الاولوية الثانية (هدف مستوى المخزون) ، وهذا يعنى ان زيادة وحدة واحدة من (ف$_{٢}^{+}$) سيؤدى الى زيادة قيمة دالة هدفالاولوية الثانية بمقدار (١) .

* من البندين الاول والثاني ،نجد أن هناك موقفا متناقضا ،ففى حين زيادة (ف$_{١}^{+}$) بمقدار وحدةواحدة يؤدى الى تخفيض ٥ وحدات من الانحراف غير المرغوب لهدف الاولوية الاولى (الربح) ، نجد أنه في ذات الوقت يعمل على زيادة الانحرافات غير المرغوبة لهدف الاولوية الثانية بمقدار (١) ،وهنا نتساءل ماهو التصرف الواجب حيال هذا التناقض ؟ للاجابة على ذلك نقول ان برمجة الاهداف تقوم على قاعدة أساسية مؤداها : أي تحسين يمكن ان يؤدى الى تحسين فى هدف مستوى الاولوية الاعلى فانه ينبغي اجراؤه بصرف النظر عن الاثر الذى سيحدثه على أهداف الاولويات الاقل . وتمشيا مع تلك القاعدة فاننا سنختار المتغير(ف$_{١}^{+}$) كمتغير داخل لتحسين الحل.

* بالنظر الى المعدلات المحسوبة فى اقصى يسار الجدول نستنتج ان المتغير الخارج هو ($ف_{1}^{-}$) ،والواقع ان اختيار المتغير ($ف_{1}^{-}$)كمتغير خارج يشير الى ان هدف الربح كمستوى اولوية اولى سوف يتم الوفاء به كاملا في الجدول التالي لأن خروج هذا المتغير سيجعله يصبح متغيرا غير أساسي وبقيمة مقدارها صفر ، وهذا يشير الى ان هدف الربح لم يعد فى حالة عدم تحقق وانه تحقق بكامله دون انحراف غير مرغوب .

(٦) اعداد الجدول الرابع :

سيظهر جدول الحل الرابع على الشكل التالي :

الجدول الرابع

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية	المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$
$ل_1$ $ل_2$									
صفر صفر	$س_1$	٤٠٠	١	صفر	٢	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	صفر	صفر
صفر ١	$ف_2^+$	١٨٠٠	صفر	صفر	-١	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-١	١
صفر صفر	$س_2$	٦٤٠٠	صفر	١	-٣	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$	صفر	صفر
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
١٨٠٠	$ل_2$	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	-١	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-١	١
		صافي التغير	صفر	صفر	١	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	١	صفر
دالة الهدف		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
صفر	$ل_1$	التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
		صافي التغير	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر

ويتضح من هذا الجدول مايلي :

(١) ان قيمة دالة هدف مستوى الاولوية الاولى = صفر، وهذا يعنى ان هدف الاولوية الاولى قد تم تحقيقه بالكامل بدون أي انحراف غير مرغوب ،ويمكن التأكد من ذلك بالنظر الى صف صافى التغير عند مستوى تلك الاولوية ، اذ سنجد ان كل معاملات هذا الصف اما قيما موجبة أو صفرية .

(٢) كذلك يتبين من الجدول ان هدف الاولوية الثانية لم يتم تحقيقه تماما وبالضبط ، اذ سنجد أن قيمة دالة هدف تلك الاولوية ($ل_{٢}$)مساوية للقيمة ١٨٠٠ ، وهذا يعنى ان الحل الذى يمثله الجدول الرابع سيتم وفقا له انتاج ١٨٠٠ وحدة زيادةعن مستوى الحد الاقصى للمخزون ، اذ وفقا لهذا الحل الموجود بالجدول سيتم انتاج عدد ٤٠٠ وحدة من $س_{١}$ ، ٦٤٠٠ وحدة من $س_{٢}$ اي أن اجمالى الانتاج ٦٨٠٠ وحدة وهذا الحجم من الانتاج يزيد بمقدار ١٨٠٠ وحدة عن مستوى المخزون المحدد بعدد ٥٠٠٠ وحدة (٦٨٠٠ – ٥٠٠٠ = ١٨٠٠) .

(٣) من ناحية اخرى فانه بالنظر الى صف صافى التغير عند مستوى الاولوية الثانية ($ل_{٢}$) ، سنجد ان المتغير ($ف_{١}^{-}$) له قيمة صافى تغير سالبة ، فهل يمكن اختيار ($ف_{١}^{-}$) كمتغير داخل حتى يمكن تخفيض الانحراف عن هدف الاولوية الثانية ؟حقيقة الامر أن اختيار المتغير ($ف_{١}^{-}$) كمتغير داخل في جولة تالية للحل ، سيؤدى الى تخفيض الانحراف عن هدف الاولوية الثانية ، ولكن قبل ان يتم هذا الاختيار علينا ان نتساءل عن ماهو أثر اختياره كمتغير داخل على دالة هدف الاولوية الاولى ؟ ان قيمة صافي التغير للمتغير ($ف_{١}^{-}$) عند مستوى

الاولوية الاولى = (+١) ، وهذا يعنى ان ذلك المتغير كمتغير داخل في جولة تالية للحل سيؤدى الى وجود انحراف غير مرغوب فيه في هدف الاولوية الاولى ، وحيث ان القاعدة السابقة تقرر انه لايينبغي ان يكون تحسين هدف الاولوية الادنى على حساب هدف الاولوية الاعلى ، لذلك فان الحل الذى يقدمه الجدول الرابع هو الحل الأمثل .

مثال محلول :

تناولنا فى الجزء السابق شرحا وتطبيقا للاسلوب الذى يمكن من خلاله حل مشاكل البرمجة الخطية متعددة الاهداف والذى اطلقنا عليه اسلوب برمجة الاهداف ، وقد تناولنا عند تطبيق هذا الاسلوب مثالا مبسطا لتوضيح خطوات الاسلوب وفهم مغزاه ، ومن ثم يصبح من المفيد فى هذا الجزء أن نتناول مثالا اكثر تعقيدا وأكبر حجما ، ويتضمن تعددا فى اهدافه المتناقضة ،وقد يكون من الافضل لهذا الغرض ان نختار المثال الذى ورد قبل ذلك في مستهل هذا الفصل والذى كان يصف مشكلة شركة انتاج اجهزة الفيديو بحجميه الكبير والصغير،وفيما يلي استعراض لهذا المثال ثم نعمل على صياغته وحله .

يحاول مدير الانتاج باحدى الشركات الانتاجية وضع جدولة لانتاج الاسبوع القادم من نوعين من منتجات الشركة ، النوع الاول يمثل جهاز فيديو حجم كبير وتعطي الوحدة منه هامش ربح مقداره مائة جنيه ،والنوع الثاني يمثل جهاز فيديو صغير الحجم وتعطى الوحدة منه هامش ربح مقداره ثمانون جنيها ،ويهدف مدير الانتاج الى تحديد المزيج الانتاجي الامثل للاسبوع القادم ،علما بأنه قد تبين من المعلومات المتاحة بقسم التسويق أن هناك ارتباطات مع بعض العملاء يتعين الالتزام بها وتتمثل في تسليمهم عدد ١٠٠ جهاز حجم كبير،وعدد ٢٠٠

جهاز حجم صغير فى نهاية الاسبوع القادم ، كذلك فان مدير الانتاج على بينة تامة من أن قوة العمل المتاحة لديه لاتزيد عدد ساعات التشغيل الاسبوعي لها عن ٦٠٠ ساعة عمل، وتحتاج النوعية الاولى من الاجهزة الى ثلاثة ساعات عمل لتجميعها ، وتحتاج النوعية الثانية الى ساعتين عمل فقط . وتهدف الشركة الى تحقيق عدد من الاهداف ذات الاولويات المعينة وهي :

هدف الاولوية الاولى : تحقيق ٢٠٠٠٠ جنيه ارباحا على الاقل.

،، ،، الثانية : انتاج ١٠٠ جهاز فيديو حجم كبير على الاقل .

،، ،، الثالثة : انتاج ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير على الاقل .

،، ،، الرابعة : تجنب التشغيل لوقت اضافى (الساعات المتاحة ٦٠٠ ساعة عمل)

والمطلوب ايجاد حجم الانتاج الامثل فى ضوء المعلومات السابقة .

الحل :

اولا : اعداد الصياغة الرياضية كمشكلة من مشاكل البرمجة الخطية .

بفرض ان $س_1$ = عدد اجهزة الفيديو من الحجم الكبير والتي سيتم انتاجها .

وبفرض ان $س_2$ = عدد اجهزة الفيديو من الحجم الصغير الذى سيتم انتاجها .

وبناء على ذلك يمكن صياغة الاهداف السابقة كالآتي :

$١٠٠ س_1 + ٨٠ س_2 \geq ٢٠٠٠٠$ (هدف الربح)

$س_1 \leq ١٠٠$ (هدف انتاج ١٠٠ جهاز حجم كبير)

$س_2 \leq ٢٠٠$ (،، ،، ٢٠٠ ،، ،، صغير)

$٣ س_1 + ٢ س_2 \leq ٦٠٠$ (،، تجنب الوقت الاضافي)

وبعد اضافة متغيرات الانحراف السالبة والموجبة الى كل هدف من هذه الاهداف سنصل الى مجموعة المعادلات التالية :

$$٥٠أس_{١} + ٨٠س_{٢} + ف_{١}^{-} - ف_{١}^{+} = ٢٠٠٠٠ \text{ (هدف الربح)}$$

$$س_{١} + ف_{٢}^{-} - ف_{٢}^{+} = ١٠٠ \text{ (انتاج ١٠٠ جهاز كبير)}$$

$$س_{٢} + ف_{٣}^{-} - ف_{٣}^{+} = ٢٠٠ \text{ (انتاج ٢٠٠ جهاز صغير)}$$

$$٣س_{١} + ٢س_{٢} + ف_{٤}^{-} - ف_{٤}^{+} = ٦٠٠ \text{ (تجنب الوقت الاضافي)}$$

وحتى يمكن التوصل الى استكمال الصياغة الرياضية باعداد دالة الهدف فانه يتعين ان نقف على اتجاه كل هدف من هذه الاهداف الاربعة وذلك لنتمكن من تحديد تلك الانحرافات غير المرغوب فيها والتي سيتم تضمينها دالة الهدف لتخفيضها .

فمثلا هدف الاولوية الاولى يسعى الى تحقيق أرباح مقدارها ٢٠٠٠٠ جنيه على الاقل ، اذن الانحراف ($ف_{١}^{-}$) وهو يمثل مقدار عدم التحقق لهدف الربح يعتبر بمثابة متغير انحراف غير مرغوب فيه .

كذلك الحال فان ($ف_{٢}^{-}$) وهو المتغير الذى يمثل عدم تحقيق الحد الادنى لانتاج اجهزة الفيديو كبيرة الحجم يمثل ايضا متغير انحراف غير مرغوب فيه بالنسبة لهدف الاولوية الثانية .

أما بالنسبة لهدف الاولوية الثالثة فانه لايختلف عن هدف الاولوية الثانية ، اذ أن المتغير ($ف_{٣}^{-}$) يمثل انحراف غير مرغوب فيه ، لانه المتغير الذى يشير الى مقدار عدم تحقيق الحد الادنى لانتاج اجهزة الفيديو صغيرة الحجم .

أما بالنسبة لهدف الاولوية الرابعة والاخيرة وهو هدف تجنب الوقت الاضافى فان اتجاه قيد هذا الهدف يشير الى ان زيادة التحقق فى المستوى الموضوع لهذا الهدف يعتبر انحراف غير مرغوب فيه ، أى أن متغير الانحراف ($ف_4^+$) هو الانحراف الذى ينبغى العمل على تجنبه وفقا لمتطلبات الهدف الرابع .

وبصفة عامة يمكن القول أننا نريد أن نعمل على تخفيض الانحرافات غير المرغوب فيها وفقا لاولويات الاهداف الاربعة .

مما تقدم فان الصياغة الرياضية الكاملة للمشكلة التى يمثلها المثال الحالى كمشكلة برمجة اهداف ستكون على الصورة التالية :

دالة الهدف : تخفيض $ف_4^+$ | نهاية صغرى $ف_3^-$ | نهاية صغرى $ف_2^-$ | نهاية صغرى $ف_1^-$

بشرط أن :

$$100س_1 + 80س_2 + ف_1^- - ف_1^+ = 20000$$

$$س_1 + ف_2^- - ف_2^+ = 100$$

$$س_2 + ف_3^- - ف_3^+ = 200$$

$$3س_1 + 2س_2 + ف_4^- - ف_4^+ = 600$$

$$س_1 ، س_2 ، ف_1^- ، ف_1^+ ، ف_2^- ، ف_2^+ ، ف_3^- ، ف_3^+ ، ف_4^- ، ف_4^+ \geq \text{صفر}$$

ثانيا : اعداد الجدول المبدئي للحل :

بعد اعداد الصياغة الرياضية نبدأ فى اعداد جدول الحل المبدئي ، ولمزيد من التوضيح سنقوم باعداده وفق خطوات مسلسلة كالآتي :

(١) تخطيط هيكل الجدول بالصورة المعتادة لنموذج برمجة الاهداف مع ملاحظة أن هذا المثال يتضمن أربعة أهداف ، أي يتم تخطيط الجدول بحيث يتضمن الجزء الاسفل منه

أربعة اجزء يخصص لكل اولوية جزء مبتدئين من اعلى بهدف الاولوية الادنى ($ل_{٤}$) ومتدرجين حتى الاولوية الاولى .

(٢) نبدأ في شغل عمود المتغيرات الاساسية ،وهنا يثار تساؤل وماهي المتغيرات الاساسية بجدول الحل المبدئي؟ كما هو معروف فان الجدول المبدئي يفترض فيه أو هو أصلا حل يمثل عدم الانتاج ، أي ان المتغيرات القرارية في الجدول المبدئي ($س_{١}$ ،$س_{٢}$) ستكون متغيرات غير اساسية قيمة كل منها مساوية للصفر ،كذلك فان حالة عدم الانتاج تعنى انه لايمكن تجاوز الاهداف الموضوعة للارباح وللانتاج ، فمثلا حالة عدم الانتاج تعنى انه لايمكن تجاوز الارباح المستهدفة لانه لن يكون هناك ارباح اصلا ، أي أن انحراف التجاوز لهدف الاولوية الادني ($ف^{+}_{١}$) ستكون قيمته صفر ، اذن هو متغير غير اساسي بجدول الحل المبدئي .

أى بصفة عامة يمكن القول أنه طالما ان المتغيرات القرارية قيمتها صفر ($س_{١}$ ،$س_{٢}$) وكذلك وكذلك متغيرات التجاوز بكل قيود الاهداف ($ف^{+}$) قيمتها صفر ، اذن متغيرات عدم التجاوز ($ف^{-}$) هي المتغيرات الاساسية بالجدول المبدئي ، اذن ستكون المتغيرات الاساسية هي $ف^{-}_{١}$ ،$ف^{-}_{٢}$ ،$ف^{-}_{٣}$ ،$ف^{-}_{٤}$. أما قيمة كل متغير من هذه المتغيرات فى الجدول المبدئي فستكون هى مقدار الجانب الايسر لكل قيد هدف توجد به هذه المتغيرات ، أي ان هذه القيم على الترتيب ٢٠٠٠٠ ، ١٠٠ ، ٢٠٠ ، ٦٠٠

(٣) تسجيل الارباح الداخلة عند مستوى كل اولوية وهذه يتم استخلاصها من دالة الهدف . فعند مستوى الاولوية الرابعة نجد ان دالة الهدف بها متغير واحد يخص الاولوية الرابعة وهو متغير الانحراف ($ف^{+}_{٤}$) لذلك تكون الارباح الداخلة صفر لكافة المتغيرات الموجودة

بالجدول ماعدا المتغير (ف$_{٤}^{+}$) فارباحه الداخلة هي (١) . وكذلك الحال بالنسبة لباقي الاولويات .

(٤) كذلك يتم تسجيل معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية وفقا للاولويات ، ثم يتم حساب باقى القيم بالجدول والذى تظهر صورته على الشكل التالي :

الجدول المبدئي

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية					المتغيرات الاساسية	القيم	المتغير الداخل		المتغير الخارج								
$ل_1$	$ل_2$	$ل_3$	$ل_4$				$س_1$	$س_2$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	$ف_3^-$	$ف_3^+$	$ف_4^-$	$ف_4^+$
١	صفر	صفر	صفر		$ف_1^-$	٢٠٠٠٠	١٠٠	٨٠	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	١	صفر	صفر		$ف_2^-$	١٠٠	١	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	١	صفر		$ف_3^-$	٢٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر		$ف_4^-$	٦٠٠	٣	٢	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١
دالة الهدف				$ل_4$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
دالة الهدف				$ل_3$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
٢٠٠						التكاليف الداخلة	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_2$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١٠٠						التكاليف الداخلة	١	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_1$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٢٠٠٠٠						التكاليف الداخلة	١٠٠	٨٠	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	-١٠٠	-٨٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

ويمكن ان نستخلص من جدول الحل المبدئي السابق مايلي :

* ان هدف الاولوية الدنيا (تجنب التشغيل لوقت اضافي) مستوفي ومحقق تماما (لاحظ ان دالة هدف الاولوية الرابعة تساوى صفرا) ،وهذا بطبيعة الحال امر منطقي بالنسبة للحل الذى يمثله الجدول المبدئي والذى يمثل حالة عدم الانتاج على الاطلاق ،وطالما لايوجد انتاج فان الوقت الاصلي المتاح بخط التجميع لم يستغل اطلاقا ، ومن ثم فلا حاجة اصلا للتشغيل لوقت اضافي . وهذا هو السبب فى ان هدف الاولوية الرابعة محقق تماما بالجدول المبدئي .

* الملاحظة الثانية التي يمكن توضيحها ان دالة الهدف بالاولوية الثالثة تساوى مامقداره ٢٠٠ ،وهذا يعني ان جدول الحل المبدئي ،والذى يمثل عدم انتاج أي من المتغيرات القرارية سيترتب عليه عدم امكانية الوفاء بعدد ٢٠٠ فيديو صغير الحجم والتي تم التعاقد عليها مع العملاء ،وكذلك الحال بالنسبة للاولوية الثانية .

* اما بالنسبة لهدف الاولوية الأولى والتى كانت تسعى الى تحقيق ارباح لاتقل عن ٢٠٠٠٠ جنيه ، فاننا سنلاحظ من الجدول المبدئي والذى يمثل حالة عدم الانتاج لأي من المتغيرات القرارية عدم تحقيق أي أرباح مطلقا نتيجة عدم الانتاج ،أي أن الانحراف غير المرغوب فيه بالنسبة لهدف الربح تمثل ٢٠٠٠٠ جنيه وهذا يمكن ملاحظته بوضوح عند دالة هدف الاولوية الاولى .

ثالثا : اختبار مثالية جدول السمبلكس المبدئي :

كما سبق القول فانه يتم اختبار مثالية جداول حل نموذج برمجة الاهداف بذات الطريقة المتبعة في اختبار

مثالية جداول الحل لنموذج البرمجة الخطية ،مع اختلاف واحد هو ان يكون التركيز على صف صافى التغير للاولوية الاعلى اولا . وبناء على ذلك فانه بالنظر الى صف صافي التغير عند الاولوية الاولى ، سنجد ان هناك قيمتين سالبتين ، وهذا يعنى ان الحل الذى يقدمه الجدول المبدئي لايمثل الحل الامثل وانه يحتاج الى التحسين وذلك تطبيقا للقاعدة التى ارسيناها فى البرمجة الخطية والتي كانت تنص على أنه " طالما وجد أن هناك ولو متغير واحد من كافة المتغيرات له قيمة صافى تغير سالبة (بالنسبة لمشاكل التخفيض) فان ذلك يعنى انه يمكن تحسين الحل عن طريق اختيار المتغير ذات اكبر قيمة باشارة سالبة في صف صافى التغير ليكون هو المتغير الداخل ".

رابعا : تحسين الحل :

بعد أن تبين ان الحل بالجدول المبدئي غير أمثل ويتعين تحسينه ،لذلك سنير فى اجراءات تحسين الحل والتي تتمثل في :

١- اختيار المتغير الداخل : سيكون المتغير الداخل هو المتغير (س١) لأنه المتغير ذات اكبر قيمة باشارة سالبة (-١٠٠) في صف صافي التغير عند الاولوية الاولى (هدف الربح).

٢- تعيين المتغير الخارج : ولتحديد المتغير الخارج سنتبع ايضا نفس القاعدة التى طبقناها في البرمجة الخطية وحيدة الهدف ، وهي ان المتغير الخارج يكون هو المتغير الاساسي الموجود بالقيد الأكثر تحديدا للمتغير الداخل ، أي هو المتغير ذات أقل خارج قسمة من قيم المتغيرات الاساسية على القيم المقابلة بعمود المتغير الداخل . ويلاحظ انه قد تم تدوين العمليات الحسابية اللازمة لتعيين

المتغير الخارج على اقصى يسار الجدول المبدئي وسنجد ان اقل خارج قسمة يقابل المتغير الاساسي ($ف_{٢}^{-}$) وعليه فهو المتغير الذى سيخرج من الحل ليحل محله المتغير الداخل ($س_{١}$).

٣- تعيين العنصر المحورى (المفتاح) : وهو القيمة الواقعة عند تقاطع عمود التغير الداخل مع صنف المتغير الخارج أي انه القيمة (١).

٤- بعد الانتهاء من اختيار المتغير الداخل ،وتعيين المتغير الخارج ، وتحديد المفتاح ، نبدأ في اعداد الجدول الثاني للحل .

خامسا : الجدول الثاني للحل :

كما سبق القول فان معظم عناصر الجدول الجديد سوف تكون هى نفسها تماما كما كانت بالجدول المبدئي، ولهذا يتم اعداد هيكل الجدول وكتابة عناوين الاعمدة والصفوف دون انتظار حيث انه لن يدخل عليها أي تعديل كذلك يتم تسجيل صفوف الارباح الداخلة عند مستويات الاولويات المختلفة لانها لن تتغير ، يلى ذلك احداث التغيير المطلوب على المتغيرات الاساسية وفق ماتم بالخطوة الرابعة والقيام بالعمليات الحسابيةالمعتادة للانتقال من الجدول المبدئي الى الجدول الثاني .وبعد الانتهاء من هذه التعديلات والعمليات الحسابية سيظهر الجدول الثانى على الصورة التالية :

الجدول الثاني

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية				المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	$ف_3^-$	$ف_3^+$	$ف_4^-$	$ف_4^+$
$ل_1$	$ل_2$	$ل_3$	$ل_4$												
١	صفر	صفر	صفر	$ف_1^-$	١٠٠٠٠	صفر	-٨٠	١	-١	١٠٠-	١٠٠	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$س_1$	١٠٠	١	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$ف_3^-$	٢٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$ف_4^-$	٣٠٠	صفر	٢	صفر	صفر	٣-	٣	صفر	صفر	١	-١
دالة الهدف				$ل_4$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
صفر					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
دالة الهدف				$ل_3$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
٢٠٠					التكاليف الداخلة	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر
					صافي التغير	صفر	-١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_2$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_1$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١٠٠٠٠					التكاليف الداخلة	صفر	٨٠	١	-١	١٠٠-	١٠٠	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغير	صفر	-٨٠	صفر	١	١٠٠	١٠٠-	صفر	صفر	صفر	صفر

المتغير الخارج

المتغير الداخل

ومن الجدول الثاني يتضح مايلي :

١- ان هدف الاولوية الرابعة مستوفي ومحقق تماما دون أي انحراف غير مرغوب فيه ، وكذلك الحال بالنسبة لهدف الاولوية الثانية . ويرجع السبب فى ذلك الى أن دخول **المتغير** القرارى ($س_1$) كتغير رئيسي في الجدول الثاني للحل وبقيمة مقدارها ١٠٠ وحدة ، يعنى انه سيتم انتاج ١٠٠ وحدة من أجهزة الفيديو كبيرة **الحجم**، وحيث ان هدف الاولوية الثانية هو انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير الحجم على الاقل ، اذن هدف الاولوية الثانية تحقق بالكامل دون انحرافات غير مرغوب فيها - ومن ناحية أخرى فان انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير الحجم فعلاوة على انه يحقق هدف الاولوية الثانية ،فانه ايضا وفي نفس الوقت يحقق الاولوية الرابعة ، لأن انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير الحجم فقط يتطلب ٣٠٠ ساعة تجميع (١٠٠ x ٣ ساعة) . وحيث ان طاقة التجميع المتاحة هي ٦٠٠ ساعة عمل، فان ذلك يعنى ان هناك فائض فى ساعات العمل مما يكون مبررا لعدم التشغيل الاضافي لهذا القسم ،لأنه من الاصل لم يتم استغلال طاقته المتاحة بأكملها ، وهذا يعنى بالتبعية انه لاتوجد انحرافات غير مرغوب فيها لهدف الأولوية وهذا هو الذى جعل الهدف الرابع مستوفي تماما .

٢- كذلك يلاحظ ان هدف الاولوية الثالثة لم يتحقق ،بل والاكثر من ذلك نجد ان مقدار الانحراف غير المرغوب فيه لذلك الهدف ظلت كما كانت عليه فى الجدول المبدئي ، وهذا بطبيعة الحال أمر منطقى،لأن جدول الحل الثاني يمثل انتاج اجهزة فيديو كبيرة الحجم فقط ($س_1$) ، مما جعل الانحراف غير المرغوب فيه لذلك الهدف بنفس مقداره الذى كان عليه بجدول الحل المبدئي .

٣- والأمر الآخر الذى يستحق ان نشير اليه هو ان الحل الوارد بالجدول الثاني قد ادى الى تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الأولى (الربح) من ٢٠٠٠٠ جنيه ليكون فقط ١٠٠٠٠ جنيه ، ويرجع السبب في هذا التخفيض الى الكمية التى ستنتج من اجهزة الفيديو كبيرة الحجم والتى ستحقق أرباحا مقدارها ١٠٫٠٠٠ جنيه (١٠٠ × ١٠٠) ،وحيث أن هدف الاولوية الاولى تحقيق ٢٠ ٠٠٠ جنيه على الأقل، اذن الانحراف عن الهدف مقداره (٢٠٠٠٠-١٠٠٠٠) ١٠٠٠٠ جنيه وهذا الرقم هو الذي يظهر كقيمة دالة هدف الاولوية الاولى بالجدول الثاني .

٤- بالنظر الى قيم صف صافي التغير عند الاولوية الاولى يتضح انه مازالت توجد قيما سالبة ،ومعنى ذلك ان الجدول الثاني للحل لايمثل بعد الحل الأمثل ، ومن ثم سيتم تحسين الحل باختيار المتغير ($ف_{٢}^{+}$) كمتغير داخل لانه ذات اكبر قيمة باشارة سالبة ، ومن ثم يتم اعداد العمليات الحسابية لتحديد المتغير الخارج ، الا اننا سنجد ان خارج القسمة الذى يحدد المتغير المرشح للخروج متساوى عند كل من المتغير ($ف_{١}^{-}$) ، والمتغير ($ف_{٤}^{-}$) . أي ان هناك حالة تعدد فى المتغيرات المرشحة للخروج ،ولقد سبق بيان خطورة الاختيار العشوائي في هذه الحالة ، ولذلك سيطبق قاعدة (تشارنز وكوبر) والتى سبق التعرض لها عند معالجة بعض الحالات الخاصة في البرمجة الخطية . وبتطبيق هذه القاعدة سيكون المتغير الخارج هو ($ف_{٢}^{-}$) ، ومن ثم سيكون العنصر المحورى (المفتاح) هو القيمة (١٠) والواقعة عند تقاطع صف المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل.

سادسا : الجدول الثالث للحل :

ويتم اعداد الجدول الثالث للحل وفق الخطـــوات المعتادة والتى اتبعت عند الانتقال من الجـــــدول المبدئي الى الجدول الثاني ٠

وبعد اجراء التعديلات المطلوبة لتحسين الحـــل، وبعد استكمال العمليات الحسابية المطلوبة للانتقـال من الجدول الثاني الى الجدول الثالث ٠ سيظهر الجدول الثالث في صورته النهائية التالية :

الجدول الثالث

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية					المتغيرات الاساسية	القيم	س ١	س ٢	ف ١ −	ف ١ +	ف ٢ −	ف ٢ +	ف ٣ −	ف ٣ +	ف ٤ −	ف ٤ +
ل ١	ل ٢	ل ٣	ل ٤													
صفر	صفر	صفر	صفر		ف ٢ +	١٠٠	صفر	$\frac{8}{10}$	$\frac{1}{100}$	$-\frac{1}{100}$	١−	١	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر		س ١	٢٠٠	١	$\frac{8}{10}$	$\frac{1}{100}$	$-\frac{1}{100}$	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	١	صفر		ف ٣ −	٢٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	١−	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر		ف ٤ −	صفر	صفر	$-\frac{4}{10}$	$-\frac{3}{100}$	$\frac{3}{100}$	صفر	صفر	صفر	صفر	١	١−
دالة الهدف				ل ٤		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
دالة الهدف				ل ٣		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	١−	صفر	صفر	صفر
٢٠٠						التكاليف الداخلة	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	١−	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	١−	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				ل ٢		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				ل ١		الارباح الداخلة	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

المتغير الخارج

المتغير الداخل

ويمكن من خلال فحص وتحليل جدول السمبلكس الثالث أن نلاحظ الآتي :

١- تم تحقيق واستيفاء هدف الاولوية الاولى بالكامل، اذ أن قيمة دالة هدف الاولوية الاولى اصبحت فى ذلك الجدول مامقداره صفر ، وهذا يعنى ان الانحراف غير المرغوب فيه بهدف الأولوية الاولى قد تم التخلص منه تماما ، وعلى ذلك يمكن القول أن الجدول الثالث يقدم ارباحا مقدارها ٢٠٠٠٠ جنيه وهذا مايتطابق مع هدف الاولوية الاولى . ولتوضيح كيف أمكن تحقيق هدف الربح بالكامل ، نعود الى الجدول الثالث لنجد أن قيمة المتغير الاساسي ($س_1$) اصبحت ٢٠٠ وحدة ، وحيث ان هامش الربح للوحدة الواحدة ١٠٠ جنيه ، اذن الارباح المحققة من هذا الكم من الانتاج = ٢٠٠ × ١٠٠ = ٢٠ ٠٠٠ جنيه . وهذا يعنى أن هدف الاولوية الاولى تحقق تماما .

٢- كذلك نلاحظ ان هدف الاولوية الثانية محقق أيضا بالكامل وبدون أي انحراف غير مرغوب فيه ، وذلك لأن معادلة هدف الاولوية الثانية كانت انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير الحجم على الاقل ،وهذا تم استيفاؤه تماما (وزيادة) لأن قيمة المتغير الاساسي ($س_1$) في جدول الحل الثالث = ٢٠٠ وحدة ، ومعنى ذلك ان هناك انحرافا مرغوب فيه ($ف_2^+$) قيمته ١٠٠ ،ويظهر ذلك من وضع ($ف_2^+$) ضمن المتغيرات الاساسية وبقيمة مقدارها ١٠٠ .

٣- ان الهدف الوحيد الذى لم يتم تحقيقه بعد هو هدف الاولوية الثالثة ، حيث ان قيمة المتغيرات القرارية بالجدول الثالث هي : $س_1$ = ٢٠٠ ، $س_2$ = صفر . ونظرا لأن هدف الأولوية الثالثة لم يتم تحقيقه بعد ،سنجد أن الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الثانية ($ف_2^-$) ظهر كمتغير اساسي وبقيمة مقدارها ٢٠٠ .

٤- بالنظر الى صف صافى التغير عند مستوى الاولوية الاولى نجد أن قيم صافى التغير لكافة المتغيرات موجبه وصفرية ، وهذا يؤكد الاستيفاء الكامل لهدف الاولوية الاولى .

٥- بالنظر الى صف صافى التغير عند مستوى الاولوية الثانية نجد أن قيم صافى التغير لكافة المتغيرات موجبه وصفرية ، وهذا يؤكد بالتالي الاستيفاء الكامل لهدف الاولوية الثانية .

٦- بالنظر الى صف صافى التغير عند الاولوية الثالثة سنجد أن هناك قيمة واحدة سالبة ، وهذا يشير الى امكانية تحسين استيفاء وتحقيق مستوى الاولوية الثالثة ، فالمتغير ($س_{٣}$) له قيمة صافى تغير سالبة (وهى القيمة السالبة الوحيدة بصف صافي التغير) عند الاولوية الثالثة ، اذ يمكن تحسين مستوى تحقيق هدف الاولوية الثالثة باختيار المتغير ($س_{٣}$) كمتغير داخل ، الا انه يجب علينا قبل أن نجزم باختيار المتغير $س_{٣}$ كمتغير داخل ان ننظر أولا الى الاثر الذى يمكن ان يحققه هذا الاختيار على اهداف الاولوية الاولى والاولوية الثانية ، ففي عمود $س_{٣}$ سنجد أن ذلك المتغير له قيمة صفرية في صف صافى التغير عند الاولوية الاولى ، وهذا يعنى أن اختيار $س_{٣}$ كمتغير داخل لن يؤثر على هدف الاولوية الاولى . اذن ليس هناك مايمنع (من وجهة نظر الاولوية الأولى) فى اختياره كمتغير داخل ، كذلك سنجد قيمة صافى التغير لذلك المتغير عند الاولوية الثانية صفر أيضا ، وهذا يعنى كما سبق قوله ان اختيار $س_{٣}$ كمتغير داخل لن يؤثر على هدف الاولوية الثانية .

٧- خلاصة القول ان اختيار المتغير $س_{٣}$ كمتغير داخل

الاولى (والتى تحرص على عدم المساس بها لأنه تم تحقيقها فعلا) ، ولن يؤثر ايضا على هدف الاولوية الثانية (التى نحرص ايضا على عدم المساس بها لانه تم تحقيقها بالكامل) ، وانما سيكون تأثيره فقط على هدف الاولوية الثالثة ، وهذا التأثير سيكون في صورة تخفيض فى الانحراف غير المرغوب فيه لذلك الهدف ، فكل وحده تضاف من $س_3$ ستؤدى الى تخفيض دالة هدف مستوى الاولوية الثالثة بمقدار وحدة ، وهذا بطبيعة الحال أمر نسعى اليه كما سبق قوله ، وعلى ذلك سيحل هذا المتغير محل متغير الانحراف ($ف^{+}_{-}$) كما يتضح من العمليات الحسابية والمدونة بأقصى يسار الجدول السابق .

سابعا : الجدول الرابع للحل :

بعد القيام بالعمليات الحسابية المطلوبة لتحسين الحل الوارد بالجدول الثالث ، سيظهر الجدول الرابع للحل على الصورة التالية :

الجدول الرابع

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية				المتغيرات الاساسية	القيم	المتغير الخارج		المتغير الداخل								
$ل_1$	$ل_2$	$ل_3$	$ل_4$			$س_1$	$س_2$	$ف_1^-$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	$ف_3^-$	$ف_3^+$	$ف_4^-$	$ف_4^+$
صفر	صفر	صفر	صفر	$س_2$	١٢٥	صفر	١	$\frac{١}{٨٠}$	$-\frac{١}{٨٠}$	$-\frac{١٠}{٨}$	$\frac{١٠}{٨}$	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$س_1$	١٠٠	١	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	١	صفر	$ف_3^-$	٧٥	صفر	صفر	$-\frac{١}{٨٠}$	$\frac{١}{٨٠}$	$\frac{١٠}{٨}$	$-\frac{١٠}{٨}$	١	-١	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$ف_4^-$	٥٠	صفر	صفر	$-\frac{٢}{٨٠}$	$\frac{٢}{٨٠}$	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$	صفر	صفر	١	-١
دالة الهدف				$ل_4$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
صفر					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغيير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
دالة الهدف				$ل_3$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
٧٥					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	$-\frac{١}{٨٠}$	$\frac{١}{٨٠}$	$\frac{١٠}{٨}$	$-\frac{١٠}{٨}$	١	-١	صفر	صفر
					صافي التغيير	صفر	صفر	$\frac{١}{٨٠}$	$-\frac{١}{٨٠}$	$-\frac{١٠}{٨}$	$\frac{١٠}{٨}$	صفر	١	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_2$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغيير	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_1$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر					التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
					صافي التغيير	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

ويمكن ان نستخلص من الجدول الرابع الملاحظات التالية :

١- أمكن بالاضافة الى تحقيق هدف الاولوية الأولى ، والاولوية الثانية ، تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه للأولوية الثالثة من ٢٠٠ كما ظهر بالجدول الثالث لتصبح ٧٥ فقط كما هو موضح بالجدول الرابع .

٢- ان قيم المتغيرات القرارية بالجدول الرابع هي :

$س_{٢}$ = ١٢٥ وحدة

$س_{١}$ = ١٠٠ وحدة

وهذا الحجم من الانتاج يعطى أرباحا مقدارها = ١٠٠ × ١٠٠ + ٨٠ × ١٢٥ = ٢٠ر٠٠٠ جنيه ، وبذلك فانه يكون هدف الربح (هدف الاولية الأولى) قد تم تحقيقه تماما ودون انحراف غير مرغوب فيه ($ف_{١}^{-}$) ، ولذلك تظهر قيمة ($ف_{١}^{-}$) بالجدول الرابع مساوية للصفر .

كما ان هذا الحجم من الانتاج بالنسبة للمتغير القرارى $س_{١}$ يفى تماما بالأولوية الثانية وهي انتاج ١٠٠ وحدة من اجهزة الفيديو كبيرة الحجم ، أي ان الانحراف غير المرغوب فيه بالنسبة للأولوية الثانية = صفر ، وأيضا الانحراف المرغوب فيه ($ف_{٢}^{+}$) يساوى صفر ، وكل ذلك مستخلص من المعلومات الواردة بالحل الذى يتضمنه الجدول الرابع .

أما بالنسبة لهدف الاولوية الثالثة والتي تقضي بانتاج ٢٠٠ جهاز فيديو حجم صغير على الأقل فاننا سنجد أن قيمة المتغير القرارى $س_{٢}$ بالجدول الرابع = ١٢٥ وحدة ، أي ان هناك انحراف غير مرغوب فيه بالنسبة لهدف الاولوية الثالثة ($ف_{٣}^{-}$) مقداره = ٢٠٠ - ١٢٥ = ٧٥ وحدة ، ولذلك سنجد أن قيمة ($ف_{٣}^{-}$) بالجدول الرابع ٧٥ وحدة وظهرت ضمن مجموعة المتغيرات الاساسية .

٣- بالنظر الى صف صافى التغير عند كل من الاولوية الاولى والثانية ، نجد أن كافة قيم المتغيرات اما موجبة أو صفرية ، وعليه فليس هناك اي تحسين يمكن ادخاله على دالة هدف كل من هاتين الاولويتين .

٤- وبالانتقال الى صف صافي التغير عند مستوى الاولوية الثالثة (ل٣) نجد أن هناك متغيرين لهما قيما سالبة ، وحيث انه وفقا لمنهج السمبلكس يجب اختيار المتغير ذات اكبر قيمة باشارة سالبة (مشاكل التخفيض) كمتغير داخل ، اذن يعنى ذلك انه وفقا لهذه القاعدة سيرشح المتغير (ف$_{٢}^{-}$) لأن قيمته في صف صافى التغير عند مستوى تلك الاولوية ($-\frac{١٠}{٨}$) ، الا ان هناك وضعا يمنعنا من ترشيح (ف$_{٢}^{-}$) ليدخل كمتغير داخل فى جولة تالية للحل رغم انطباق القاعدة عليه ، وهذا الوضع يتمثل فى اننا لو نظرنا الى قيمة صافي التغير لهذا المتغير ذاته (ف$_{٢}^{-}$) عند مستوى الاولوية (ل٣) سنجد انها (+١) وهذا يعني اجمالا ان زيادة وحدة واحدة من المتغير (ف$_{٢}^{-}$) سيؤدى الى تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الثالثة بما مقداره ($\frac{١٠}{٨}$) وحدة ، الا انه فى ذات الوقت سيؤدى الى زيادة الانحراف غير المرغوب فيه بدالة هدف الاولوية الثانية مقداره (أ) وحدة . وحيث انه لاينبغى ان نحقق هدف الاولوية الادنى على حساب هدف الاولوية الاعلى لذلك سنرفض ترشيح المتغير (ف$_{٢}^{-}$) كمتغير داخل ونختار بدلا منه المتغير ذات القيمة الاقل باشارة سالبة فى صف صافى التغير عند الاولوية الثالثة ، وهو المتغير (ف$_{١}^{+}$) لأن اختيار ذلك المتغير كداخل فى جولة تالية للحل سيعمل على

تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الثالثة ، دون ان يؤدى ذلك الى ظهور انحراف غير مرغوب فيه فى اهداف الاولويات الاعلى كما هو الحال للمتغير ($ف_{٢}^{-}$) .

٥- وفقا للمناقشة السابقة اذن سيتم اختيار المتغير ($ف_{١}^{+}$) كمتغير داخل فى جولة تالية للحل ، وسيكون المتغير الخارج هو المتغير ($ف_{٤}^{-}$) وفقا للعمليات الحسابية التى أوردناها بأقصى يسار الجدول الرابع ، وعلى ذلك سيكون العنصر المحورى (المفتاح) هى القيمة ($\frac{٢}{٨٠}$) وهى القيمة الواقعة عند تقاطع صف المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل .

٦- بعد بناء هيكل الجدول الخامس وتدوين كافة بياناته وتسجيل العمليات الحسابية المختلفة الضرورية لايجاد تحسين للحل ، سيظهر الجدول الخامس للحل على الشكل التالي :

الجدول الخامس

المتغير الداخل

المتغير الخارج

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية					المتغير الاساسي	القيم											
$ل_1$	$ل_2$	$ل_3$	$ل_4$				$س_1$	$س_2$	$س_3$	$ف_1$	$ف_1^+$	$ف_2^-$	$ف_2^+$	$ف_3^-$	$ف_3^+$	$ف_4^-$	$ف_4^+$
صفر	صفر	صفر	صفر		$س_3$	١٥٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	$-\frac{١٢}{٨}$	$\frac{١٢}{٨}$	صفر	صفر	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$
صفر	صفر	صفر	صفر		$س_2$	١٠٠	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	١	صفر		$ف_3^-$	٥٠	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	$\frac{١٢}{٨}$	$-\frac{١٢}{٨}$	١	-١	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$
صفر	صفر	صفر	صفر		$ف_4^+$	٢٠٠٠	صفر	صفر	-١	١	صفر	-٢٠	٢٠	صفر	صفر	٤٠	-٤٠
دالة الهدف				$ل_4$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
دالة الهدف				$ل_3$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	١	صفر
٥٠						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	$\frac{١٢}{٨}$	$-\frac{١٢}{٨}$	صفر	١	-١	$-\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	—	—	صفر	صفر	١	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$
دالة الهدف				$ل_2$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				$ل_1$		الارباح الداخلة	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر						التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
						صافي التغير	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

١٠٠

ويتضح من الجدول الخامس للحل مايلي :

١- انه قد تم تحقيق هدف الاولوية الاولى وهدف الاولوية الثانية بالكامل وبدون ظهور انحرافات غير مرغوب فيها ، الا انه بنظرة فاحصة سيتضح أن هدف الاولوية الاولى (الربح) قد بدأ في هذا الجدول (الخامس) ينحرف عن المستوى الموضوع (٢٠٠٠٠ جنيه ارباح) ، وان هذا الانحراف في الاتجاه المرغوب فيه أي بزيادة الربح المحقق عن المستوى الموضوع . ويمكن توضيح ذلك من خلال قيم المتغيرات القرارية بالجدول السادس اذ ظهر كل من المتغير القرارى $س_1$ كمتغير اساسي وبقيمة مقدارها ١٠٠ وحدة ، كذلك ظهر المتغير القرارى $س_2$ كمتغير اساسي وبقيمة مدارها ١٥٠ وحدة . وهذا الحجم من الانتاج سيحقق أرباحا مقدارها :

١٠٠ x ١٠٠ + ٨٠ x ١٥٠ = ٢٢٠٠٠ جنيه ،

وهذا القدر من الارباح يزيد عن مستوى هدف الربح الموضوع بمقدار ٢٠٠٠ جنيه (٢٢٠٠٠-٢٠٠٠٠) ،ولذلك نجد أن متغير انحراف التجاوز للاولوية الاولى ($\bar{ف}_1$) ظهر كمتغير اساسي وكانت قيمته ٢٠٠٠جنيه .

٢- ان الانحراف غير المرغوب فيه بهدف الاولوية الثالث قد انخفضت بمقدار ٢٥ وحدة عما كانت عليه بالجدول الرابع .

٣- بالنظر الى صف صافي التغير عند كل من الاولوية الاولى ،والأولوية الثانية ، نجد انه لاتوجد بينهما أي قيمة سالبة ، مما يشير الى الاستيفاء والتحقق الكامل لكليهما ، ومن ثم فليس هناك حاجة الى اجراء أي تحسين عليها .

٤- يتضح من خلال فحص قيم صف صافي التغير عند مستوى الأولوية الثالث ($ل_3$) وجود قيمتين سالبتين

احدهما تخص المتغير ($ف_{٢}^{-}$) مقدارها ($-\frac{١٢}{٨}$) ، والقيمة الاخرى للمتغير ($ف_{٤}^{+}$) مقدارها ($-\frac{١}{٢}$) ، ورغم ان قاعدة السمبلكس تنص على ان يكون المتغير صاحب اكبر قيمة باشارة سالبة هو المتغير الداخل ، الا اننا لن نطبق هذه القاعدة بصورة مطلقة (لأن هناك تعدد فى الاهداف) ، اذ ينبغى قبل تطبيقها ان نبحث عن الاثر المحتمل لاختيار هذا المتغير على دالة هدف الاولويات الاعلى ، فاختيار المتغير ($ف_{٢}^{-}$) كمتغير داخل باعتباره ذات اكبر قيمة باشارة سالبة في صف صافي التغير عند الاولوية الثالثة سيؤدى الى اثرين وانعكاسين فى آن واحد احدهما يعمل على تحسين دالة هدف الاولوية الثالثة ، والاثر الثاني وهو اثر سلبى على دالة هدف الاولوية الثانية ، لأن هذا المتغير له معامل موجب في صف صافى التغير للاولوية الثانية ،لذلك سيتم اختيار المتغير ($ف_{٤}^{+}$) كمتغير داخل رغم انه لايعتبر ذات اكبر قيمة باشارة سالبة فى صف صافى التغير عند الاولوية الثالثة ، لأننا نؤكد مرة اخرى على تطبيق القاعدة التى تنص على الا يكون استيفاء هدف الاولوية الاقل على حساب الاولوية الاعلى .

ه- يلاحظ القارىء من التعليقات التى نوردها بعد كل جدول اننا لم نلتفت اطلاقا بفحص أو التعليق على هدف الاولوية الرابعة ، ولم نتعرض له حتى الآن من قريب أو بعيد ، فما هو السبب فى ذلك التناسى ؟ ان الاجابة على ذلك التساؤل سهلة وبسيطة . اذ اننا حتى اعداد الجدول الخامس مشغولين بالاولويات الاعلى من الاولوية الرابعة فما زلنا حتى الجدول الخامس نخفض من الانحراف

غير المرغوب للاولوية الثالثة وبعد ان ننتهي من ذلك نبدأ فى الاتجاه الى الاولوية الرابعة ، وهذا هو السبب وراء عدم التعامل حتى الآن مع هذه الاولوية الرابعة .

٦- وباختيار المتغير ($ف_{٤}^{+}$) كمتغير داخل ، سيكون المتغير الخارج هو ($ف_{٣}^{-}$) ويكون العنصر المحورى (المفتاح) هو القيمة ($\frac{١}{٢}$) .ومن ثم نقوم باعداد الجدول السادس . ويظهر على الصورة التالية بعد تمام كافة العمليات الحسابية المطولة له .

الجدول السادس

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية $ل_1$	$ل_2$	$ل_3$	$ل_4$	المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$ف^-_1$	$ف^+_1$	$ف^-_2$	$ف^+_2$	$ف^-_3$	$ف^+_3$	$ف^-_4$	$ف^+_4$
صفر	صفر	صفر	صفر	$س_2$	٢٠٠	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	صفر	$س_1$	١٠٠	١	صفر	صفر	صفر	١	-١	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	١	$ف^+_4$	١٠٠	صفر	صفر	صفر	صفر	٣	-٣	٢	-٢	-١	١
صفر	صفر	صفر	صفر	$ف^+_1$	٦٠٠٠	صفر	صفر	-١	١	١٠٠	-١٠٠	٨٠	-٨٠	صفر	صفر
دالة الهدف				الارباح الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
١٠٠			$ل_4$	التكاليف الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	٣	-٣	٢	-٢	-١	١
				صافي التغير		صفر	صفر	صفر	صفر	-٣	٣	-٢	٢	١	صفر
دالة الهدف				الارباح الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
صفر			$ل_3$	التكاليف الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
				صافي التغير		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				الارباح الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر			$ل_2$	التكاليف الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
				صافي التغير		صفر	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
دالة الهدف				الارباح الداخلة		صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر			$ل_1$	التكاليف الداخلة		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
				صافي التغير		صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

ويمكن ان نقف على مجموعة الحقائق التالية من تحليل بيانات الجدول السادس :

١- انه تم تحقيق واستيفاء كافة اهداف الاولويات الثلاثة الاولى بدون اى انحرافات غير مرغوب فيها .

٢- ان قيم صف صافى التغير عند مستوى الاولويات الثلاثة الاولى ($ل_1$ ، $ل_2$ ، $ل_3$) جميعها قيم صفرية أو موجبة ، مما يعنى عدم امكانية اجراء أى تحسين على اهداف تلك الاولويات ، وبطبيعة الحال هذا شىء منطقى لانه تم استيفاؤها جميعا .

٣- بالنظر الى قيم صف صافى التغير عند الاولوية الرابعة سنلاحظ وجود قيمتين سالبتين ، احداهما لمتغير الانحراف ($\bar{ف}_2$) ، والاخرى لمتغير الانحراف ($\bar{ف}_3$) ، وهذا يعنى ان هناك امكانية لتخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الرابعة . ولكننا سبق ان ذكرنا انه لاينبغى ان يكون تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الدنيا على حساب هدف الاولوية العليا . عندئذ سنجد أنه لايمكن اجراء تحسين على هدف الاولوية الرابعة ، لأن اختيار المتغير ($\bar{ف}_2$) ، وهو اكبر قيمة باشارة سالبة فى صف صافى التغير عند الاولوية الرابعة ، لانه وان كان سيعمل على تحسين هدف الاولوية الرابعة ، الا انه فى ذات الوقت سيضر بهدف الاولوية الثانية ، لأن قيمة هذا المتغير في صف صافى التغير عند الاولوية الثانية (+1) ، كذلك الحال اذا تم اختيار المتغير ($\bar{ف}_3$) كمتغير داخل فانه وان كان سيؤدى فعلا الى تحسين هدف الاولوية الرابعة ، الا انه سيضر فى ذات الوقت بهدف الاولوية الثالثة لنفس السبب المشار اليه .

وبناء على التحليل السابق نقرر ان الجدول السادس هو جدول الحل الامثل وملخص نتائجه كالآتي :

بالنسبة لهدف الاولوية الأولى :

تم استيفاء وتحقيق هدف الاولوية الاولى وبأكثر من المستوى الموضوع للهدف ، اذ تبلغ الأرباح المحققة وفق الحل الوارد بالجدول السادس :

١٠٠ x ١٠٠ + ٢٠٠ x ٨٠ = ١٠٠٠٠+١٦٠٠٠=٢٦٠٠٠ جنيه

أي ان تجاوز فى الارباح بالزيادة مقدارها ٦٠٠٠ جنيه ، ولهذا السبب فقد ظهر متغير انحراف التجاوز ($ف_1^+$) كمتغير اساسي فى الحل الامثل وبقيمة مقدارها ٦٠٠٠ .

بالنسبة لهدف الاولوية الثانية :

تم استيفاء وتحقيق هدف الاولوية الثانية بالكامل اذ يتبين من الجدول السادس ان عدد الوحدات المنتجة من اجهزة الفيديو كبيرة الحجم عدد ١٠٠ جهاز ($س_1$) ، وعلى ذلك فان انحراف التجاوز لهذا الهدف ($ف_2^+$) ظهر كمتغير غير اساسي قيمته صفر .

وبالنسبة لهدف الاولوية الثالثة :

فقد تم ايضا استيفاء وتحقيق هدف الاولوية الثالثة بالكامل ، اذ يتضح من المتغيرات الاساسية الواردة بالجدول السادس ان عدد الوحدات المنتجة من اجهزة الفيديو صغير الحجم ($س_2$) عدد ٢٠٠ جهاز ، ولهذا فان انحراف التجاوز لهذا الهدف ($ف_3^+$) ظهر كمتغير غير اساسي قيمته صفر .

أما بالنسبة لهدف الاولوية الرابعة :

فلم يتم استيفاؤه بالكامل ، اذ ان هناك انحراف غير مرغوب فيه لابد ان يصاحب الحل ومقداره ١٠٠ ساعة عمل ، بمعنى انه لابد من التشغيل الاضافى لمدة ١٠٠ ساعة حتى يمكن تحقيق الاهداف الثلاثة ذات الاولوية العليا ، لذلك ظهر متغير الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية

الرابعة ($ف_{٤}^{+}$) كمتغير اساسي وقيمته ١٠٠ .

ولتأكيد ذلك نقول ان انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير ، و ١٠٠ جهاز فيديو صغير تحتاج الى وقت تجميع كالآتي : ٣×(١٠٠) + ٢×(٢٠٠) = ٣٠٠+٤٠٠=٧٠٠ ساعة عمل علما بأن ماهو متاح من ساعات العمل ٦٠٠ ساعة فقط . اذن لابد من العمل ١٠٠ ساعة اضافية اذا كنا جادين فى تحقيق أهداف الاولويات العليا تماما دون تجاوز غير مرغوب فيه .

تحليل حساسية نتائج حل نموذج برمجة الاهداف :

من المنطقي ان يكون تحليل حساسية نتائج حل نموذج برمجة الاهداف اكثر صعوبة بالمقارنة بتحليل حساسية مشاكل البرمجة الخطية وحيدة الهدف ، وهذه الصعوبة ناشئة بطبيعة الحال من تعدد اهداف مشكلة برمجة الاهداف واختلاف اولويات تلك الاهداف . وبرغم تلك الصعوبة النسبية الا ان متابعة نتائج حل نموذج برمجة الاهداف بتحليل حساسيتها على درجة عالية من الأهمية ، وتعطى تفسيرات غاية فى الاهمية ، وفهم عميق لما ستكون عليه النتائج فى حالة تغير بعض عناصر المشكلة . وسوف نتناول باختصار تحليل حساسية التغيرات التالية :

اولا : تأثير المتغيرات فى المستويات الاصلية الموضوعة للاهداف .

ثانيا : تأثير التبادل النسبى الضمنى بين الاهداف .

ثالثا : تأثير التغيرات فى تسلسل اولوية الاهداف .

وفيما يلى نستعرض بالتفصيل كل عنصر من هذه العناصر .

أولا : تأثير التغير فى المستوى الموضوع للهدف :

لقد سبق القول فى موضع متقدم من هذا الفصل، ان

نموذج برمجة الاهداف يعتبر بمثابة مدخل استيفـــاء أو تحقيق Satisficing Approach ، بمعنى انه نموذج يسعى الى استيفاء وتحقيق مستويات موضوعة ومحددة لكل هدف ، ووفقا لهذا الفهم فان هذا النموذج لايمكـــن اعتباره مدخل لتعظيم (أو) تخفيض الاهداف Maximize or minimize كما هو الحال فى نموذج البرمجة الخطية وحيدة الهدف ، ولذلك فان السؤال الاول الذى نواجهه عند تحليل الحساسية لنموذج برمجة الاهداف هو : ماهو اثر التغيرات التى يمكن ان تحدث فى المستويات الموضوعة لكل هدف ؟ وللاجابة على هذا التساؤل ،فانه يتعين ان يتم ذلك بشكل عملى حتى يتم توضيح الكيفية التى يتم بها معالجة هذا العنصر ،لذلك سنستعـــرض فيما يلى جدول الحل الامثل للمشكلة التى سبق ان قمنا بحلها فى مقدمة هذا الفصل ، وهى المشكلة التى تمثل حالة احدى الشركات تنتج نموذجين من السلع هما $س_1$ ، $س_2$ هامش ربح الوحدة من النوعية الاولى كانت ١٥جنيها ومن النوعية الثانية ١٠ جنيهات ، وان الشركة المذكورة وضعت اهدافها كالآتي :

الهدف الاول : تحقيق ٧٠٠٠٠ جنيه ربح على الاقل (اولوية اولى) .

الهدف الثاني: تحقيق مستوى مخزون لايزيد عن ٥٠٠٠ وحدة (اولوية ثانية) .

ويذكر القارىء اننا وضعنا تلك الاهداف فى صورة قيود تشابه القيود فى البرمجة الخطية مع اختلافيـــن:

١- الاختلاف الاول يتمثل انه يتم فى نموذج برمجـــة الاهداف اضافة متغير انحراف عدم التحقق ($ف^-$) الى قيد الهدف ، وهو يماثل المتغير الراكد بالبرمجة الخطية .

٢- الاختلاف الثاني هو انه يتم ايضا اضافة متغيـــر

انحراف التجاوز (ف$^{+}$) الى قيد الهدف ، وهو يماثل المتغير المضاف بالبرمجة الخطية .

ومن ناحية اخرى فان المستويات الموضوعة لتلك الاهداف تشابه تماما قيم الجانب الايسر من القيود المعتادة بالبرامج الخطية .

ويذكر القارىء ايضا اننا قد ناقشنا في الفصل الثالث (تحليل الحساسية) كيفية استخدام وضع المتغيرات (الاساسية وغير الاساسية) وكذلك قيم الحل لكل من المتغيرات الراكدة والمضافة لتحديد اقصى زيادة واقصى انخفاض يمكن اجراؤه على معاملات الجانب الايسر من القيد الاصلى (أو ماكنا نطلق عليه طاقة القيد او المورد) والتي لاتؤدى الى تغير الوضع الامثل للمتغيرات الاساسية بجدول الحل الاخير .

ويمكن القول بصفة عامة انه يمكن تطبيق نفس المراحل على متغيرات الانحراف فى نموذج برمجة الاهداف وذلك لتحديد الحد الاقصى للزيادة ،وكذلك الحد الادنى للانحفاض فى المستويات الاصلية الموضوعة للاهداف دون ان يغير ذلك من وضع التغيرات الاساسية المثلى بجدول الحل الاخير.

خلاصة ماتقدم انه يلزم لدراسة أثر التغيرات التي يمكن ان تحدث فى المستويات الموضوعة لكل هدف، ان نقوم بتحليل متغيرات الانحراف (التحقق والتجاوز) وفقا لصفتهما فى جدول الحل الأخير اى المتغيرات الانحرافية الاساسية وغير الاساسية . وقبل ان نقوم بهذا التحليل سنورد فيما يلى جدول الحل الاخير للمشكلة التي نعالجها الآن على سبيل المثال .

جدول الحل الأمثل (الجدول الرابع)

معاملات الهدف للمتغيرات الاساسية $ل_1$	$ل_2$	المتغيرات الاساسية	القيم	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$-ف_1$	$+ف_1$	$-ف_2$	$+ف_2$
صفر	صفر	$س_3$	٤٠٠	١	صفر	٢	$-\frac{١}{٥}$	$-\frac{١}{٥}$	صفر	صفر
صفر	١	$ف_2^+$	١٨٠٠	صفر	صفر	-١	$\frac{١}{٥}$	$-\frac{١}{٥}$	-١	١
صفر	صفر	$س_2$	٦٤٠٠	صفر	١	-٣	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{٢}{٥}$	صفر	صفر
دالة الهدف		$ل_2$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	١
١٨٠٠			التكاليف الداخلة	صفر	صفر	-١	$\frac{١}{٥}$	$-\frac{١}{٥}$	-١	١
			صافي التغير	صفر	صفر	١	$\frac{١}{٥}$	$-\frac{١}{٥}$	-١	١
دالة الهدف		$ل_2$	الارباح الداخلة	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
صفر			التكاليف الداخلة	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر
			صافي التغير	صفر	صفر	صفر	١	صفر	صفر	صفر

(١) متغيرات الانحراف غير الاساسية :

Nonbasic Devistional Variables

أ – وبالنظر الى متغيرات انحراف هدف الربح (الاولوية الاولى) وهى ($ف_1^-$) ، ($ف_1^+$) نجدها قد ظهرتا في جدول الحل الاخير (الحل الأمثل) كمتغيرات غير اساسية ، حيث انها لم تظهرا بعمود المتغيرات الاساسية ، ولقد سبق ان توصلنا فى الفصل السابق الى الصيغة التى يمكن عن طريقها تحديد أقصى تغير مسموح به فى طاقات القيود بالنسبة لكل من المتغيرات الراكدة غير الاساسية ، والمتغيرات المضافة غير الاساسية ، وهاتان الصيغتان بعد تعديلهما لتتوافقا مع برمجة الاهداف سيكونا على الشكل التالي :

$$\left[\begin{array}{l}\text{الحد الاقصى للتغير المسموح به فى مستوى الهدف لمتغير انحراف عدم التحقق غير الاساسي } ف_ع^- \text{ والمقابل للمتغير الاساسي ق}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{l}\dfrac{\text{قيمة المتغير الاساسي ق فى الحل النهائي}}{\text{معامل القيد ق للمتغير } ف_ع^-}\end{array}\right]$$

والمعادلة الثانية هي :

$$\left[\begin{array}{l}\text{الحد الاقصى للتغير المسموح به فى مستوى الهدف لمتغير التجاوز غير الاساسي } ف_ع^+ \text{ والمقابل للمتغير الاساسى ق}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{l}\dfrac{\text{قيمة المتغير الاساسي ق فى الحل النهائي}}{\text{معامل القيد ق للمتغير } ف_ع^+}\end{array}\right]$$

وحيث ان لكل هدف فى نموذج برمجة الاهداف متغير عدم تحقق ($ف_ع^-$) ، ومتغير تجاوز ($ف_ع^+$) . لذلك فان الحد الاقصى للتغيرات فى مستوى الهدف المعين ، لابد وان يتم حسابه لكل من نوعي الانحراف (عدم التحقق ،والتجاوز) .ولكن هنا يتبادر سؤال منطقى وهو ، أي الحدود المستخرجة

سيتم استخدامها ؟ هل سيتم استخدام حدود عدم التحقق ، او حدود التجاوز ؟ الحقيقة وكما سنرى انه لايوجد اختلاف بينهما . اذ سنجد ان كلا المتغيرين سيعطى نفس الحدود .

فبالنسبة لمتغير عدم تحقق هدف الربح ($ف_{١}^{-}$) فانه سيتم حساب ثلاثة حدود له وذلك وفقا لعدد المتغيرات الاساسية الواردة بالجدول الأخير ، وباستخدام المعادلة الاولى سيتم حساب تلك الحدود كالآتي :

المتغيرات الاساسية	القيم	$ف_{١}^{-}$	
$س_{١}$	٤٠٠	$-\frac{١}{٥}$	$-(٤٠٠) \div (-\frac{١}{٥}) = ٢٠٠٠$
$ف_{٢}^{+}$	١٨٠٠	$\frac{١}{٥}$	$-(١٨٠٠) \div (\frac{١}{٥}) = -٩٠٠٠$
$س_{٢}$	٦٤٠٠	$\frac{٢}{٥}$	$-(٦٤٠٠) + (\frac{٢}{٥}) = -١٦٠٠٠$

ومن هذه النتائج يتبين ان حدود التغير في المستوى الموضوع لهدف الربح هي زيادة مقدارها ٢٠٠٠ جنيه (الرقم الموجب الوحيد) فى المستوى الموضوع ، أو تخفيض مقداره ٩٠٠٠ جنيه (اقل رقم باشارة سالبة) ، أى ان مستوى هدف الربح الاصلى يمكن ان ينخفض الى ٦١٠٠٠ جنيه (٧٠٠٠٠ - ٩٠٠٠) ، أو يرتفع الى ٧٢٠٠٠ جنيه (٧٠٠٠٠ + ٢٠٠٠) ، دون ان يؤثر ذلك على الوضع النهائي الامثل للمتغيرات الاساسية .

ويلاحظ ان تلك النتيجة التى توصلنا اليها يمكن ان نحصل عليها أيضا ، اذا ما استخدمنا متغير التجاوز ($ف_{١}^{+}$) ، ولاثبات ذلك سنستخدم فيما يلى صيغة المعادلة الثانية لتحديد حدود التغيرات كما يلى :

المتغيرات الاساسية	القيم	$ف_1^+$	
$س_1$	٤٠٠	$\frac{1}{٥}$	$(٤٠٠) - (\frac{1}{٥}) = ٢٠٠٠$
$ف_2^+$	١٨٠٠	$-\frac{1}{٥}$	$(١٨٠٠) - (\frac{1}{٥}) = -٩٠٠٠$
$س_2$	٦٤٠٠	$-\frac{2}{٥}$	$(٦٤٠٠) - (-\frac{2}{٥}) = -١٦٠٠٠$

وهى نفس النتائج التى توصلنا اليها من تطبيق المعادلة الاولى على متغير انحراف عدم التحقق ($ف_1^-$) .

ب - اما بالنسبة لهدف مستوى الحد الاقصى للمخزون والذى تم صياغته فى صورة انه لايجب ان يزيد مستوى المخزون من انتاج الشركة عن ٥٠٠٠ وحدة .ومن الجدول الاخير سنجد أن متغير انحراف عدم التحقق لهذا الهدف ($ف_2^-$) قد ظهر كمتغير غير اساسي فى الحل الامثل . فى حين ان متغير انحراف التجاوز ($ف_2^+$) ظهر كمتغير اساسي .

ولقد رأينا فى الجزء السابق كيف يستخدم متغير الانحراف غير الاساسي فى استنتاج حدود التغيرات في مستوى الهدف الاصلي . ولذلك سنقوم بتطبيق المعادلة الاولى بالنسبة لمتغير الانحراف غير الاساسي($ف_2^-$) :

المتغيرات الاساسية	القيم	$ف_2^-$	
$س_1$	٤٠٠	صفر	غير محدد
$ف_2^+$	١٨٠٠	-١	$-(١٨٠٠)-(-١) = ١٨٠٠$
$س_2$	٦٤٠٠	صفر	غير محدد

وهذه النتائج تشير الى ان المستوى الموضوع لهدف الحد الاقصى للمخزون (٥٠٠٠ وحدة) يمكن ان يزيد بمقدار ١٨٠٠ وحدة ، او ينخفض بأي مقدار (الانخفاض غير محدد) دون ان يؤثر ذلك على الوضع الامثل للمتغيرات الاساسية بجدول الحل الاخير ،وعلى ذلك فان المستوى الموضوع لذلك الهدف يمكن ان ينخفض الى صفر أو يرتفع الى ٦٨٠٠ وحدة دون تغير المزيج الامثل للمتغيرات الاساسية .

(٢) متغيرات الانحراف الاساسية :

Basic Deviational Variables

يتذكر القارىء اننا ذكرنا قبل ذلك في الفصل الثالث ان القيود التى يظهر متغيرها الراكد كمتغير اساسي فى جدول الحل الأخير ،يمكن لثابت هذا القيد (الجانب الايسر للقيد) ان يزيد بأي مقدار دون ان يؤثر ذلك على الوضع الامثل للمتغيرات الاساسية ، وهذه القاعدة نفسها صحيحة بالنسبة لتخفيض القيود بالمتغيرات المضافة الاساسية ،والتغيرات فى الاتجاه العكسي محددة بالقيمة الجارية للمتغير المضاف الاساسي، أو المتغير الراكد الأساسي فى جدول الحل النهائي. وعلى ذلك فانه بالنسبة للمتغير الراكد الاساسي فانه يمكن ان ينخفض الجانب الايسر الاصلى للقيد (ثابت القيد) بمقدار يعادل قيمته فى جدول الحل الاخير ، وبالنسبة للمتغير المضاف الأساسي ، فان الجانب الايمن للقيد يمكن ان يزيد بأى مقدار يعادل قيمته في جدول الحل النهائي .

وحيث ان ($ف_{٢}^{+}$) قد ظهر فى جدول الحل الأخير كمتغير انحراف اساسي (وهو متغير مضاف) ،وقيمته فى الحل الاخير هي ١٨٠٠ ، اذن يمكن القول أن

مستوى الحد الاقصى للمخزون يمكن ان يزيد بمقدار ١٨٠٠ وحدة او ان ينخفض بأي مقدار دون تغير الوضع الامثل للمتغيرات الاساسية بجدول الحل الاخير.وعلى العموم سواء كنا نقوم بحساب حدود التغير باستخدام متغيرات عدم التحقق أو متغيرات التجاوز فان الحدود المحسوبة للمتغيرات فى المستوى الموضوع للهدف ستكون واحدة فى الحالتين .

ثانيا : التبادل النسبى بين الأهداف :

Relative Tradoffs among Goals

برغم ان برمجة الاهداف لاتحاول ان تجرى تبادلا بين الاهداف ، الا انه فى مقدورنا ان نحدد ضمنيا القيم النسبية لمختلف الاهداف عن طريق تحليل واختبار جدول الحل الاخير ، وذلك لانه سيعطى لمتخذ القرار قدرا كبيرا من المعلومات الهامة تعطيه مرونة فى اتخاذ القرار بناء على هذا الفهم .

ان التبادل النسبى بين الاهداف يعنى الوقوف على الاثر الذى سيتركه تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الدنيا على الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية العليا. لقد سبق ان ذكرنا انه يتعين الا يكون تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الدنيا على حساب ظهور انحراف غير مرغوب فيه لهدف الاولوية الاعلى. وهنا نريد ان نقف على حقيقة اثر تخفيض الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الدنيا بمقدار وحدة واحدة على الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولوية الاعلى .

بالنظر الى جدول الحل الاخير السابق ، سنرى ان الانحراف غير المرغوب فيه لهدف الاولية الثانية

هو مامقداره ١٨٠٠ وحدة ، ويكون التساؤل هو : الا يمكن تحسين هذا الوضع ؟ وبمعنى آخر الا يمكن تخفيض هذا الانحراف الى مقدار اقل ؟ الاجابة بأنه يمكن تخفيضه ، اذن كيف يتم ذلك ؟ ولماذا لم يتم ذلك ؟ اما كيف يتم ذلك فاننا لو نظرنا الى صف صافي التغير عند الاولوية الثانية سنجد انه فى الامكان تحسين دالة هدف الاولوية الثانية عن طريق اختيار المتغير ($ف_{١}^{-}$) كمتغير داخل في جولة تالية للحل حيث ان له قيمة صافي تغير سالبة مما يعنى ان اختياره كمتغير داخل سيؤدى الى تحسين دالة الهدف اى تخفيض الانحراف في هذا الهدف الى مقدار اقل ، اما لماذا لم يتم ذلك ؟ فلقد سبق ان ذكرنا اننا لانقوم باجراء هذا التحسين لان قيمة صافى التغير لذلك التغير ($ف_{١}^{-}$) عند مستوى الاولوية هو (+١) ، بمعنى انه اذا أصبح المتغير ($ف_{١}^{-}$) متغير اساسي ،فان القيمة التي سيأخذها ستعادل قيمة عدم تحقيق هدف الربح ذات الاولوية الاعلى . ومعنى ذلك انه مقابل كل جنيه يفقد في هدف الربح تحصل على تخفيض مقداره ($\frac{١}{٥}$) فى عدد الوحدات المنتجة زيادة عن مستوى الحد الاقصى للمخزون . أو بمعنى آخر ، ان تخفيض عدد الوحدات المنتجة زيادة عن مستوى الحد الاقصى للمخزون بمقدار وحدة واحدة ، سيكون اثره بمثابة تخفيض في الارباح بمقدار ٥ جنيهات. لذلك يمكننا ان نقرر ان التبادل او التحويل الضمنى بين الهدفين (الربح – مستوى المخزون) هو ٥ جنيهات تخفيض في الارباح مقابل كل وحدة زيادة فى مستوى المخزون ، ولعل القارىء يمكن ان يستخلص مدى أهمية هذه المعلومات لمتخذ القرار فى امداده بحقائق تمكنه من ان يتخذ القرار السليم ، فاذا كان مستعدا للتضحية بأرباح مقدارها ٩٠٠٠ جنيه

مقابل عدم زيادة حجم المخزون عن الهدف الموضوع فانه يمكن ذلك الا انه في هذه الحالة يكون قد اعطى لهدف المخزون اولوية اولى وهذا ماسنناقشه في الجزء التالي :

ثالثا : التغيرات فى مراتب الاولويات :

Changes in Priority Rankings

قد تؤدى التغيرات فى مراتب اولويات مختلف الاهداف الى احداث تأثيرات هامة على الحل الامثل الذى تم التوصل اليه قبل تلك التغيرات، ولذلك فان من مجالات تحليل واختبار الحساسية التي يتعين القيام بها فى مشاكل برمجة الاهداف هي اعادة ترتيب اولويات الاهداف لتحديد تأثير التغيرات فى مراتب الاولوية على الحل الأمثل .

فعلى سبيل المثال وجدنا فى المشكلة الحالية ان هناك هدفين يمثل هذف الربح الاولوية الاولى، ويمثل الحد الاقصى للمخزون الاولوية الثانية ،وبفرض انه قد تم اعادة ترتيب تلك الاولويات ،بأن أخذ هدف الحد الاقصى للمخزون مستوى الاولوية الاولى ، عندئذ نتساءل هل اعادة ترتيب تلك الاولويات يحتاج الى اعادة حل المشكلة من مرة اخرى من بدايتها لاخذ هذه التغيرات فى الحسبان ؟ للاجابة على ذلك نقول انه برغم ان اعادة الحل من بدايته امر ممكن ، الا انه ليس من الضرورى اجراؤه ، وان اختبار الحساسية كاف للوصول الى المعلومات التي نريدها ، وسنرى كيف يتحقق ذلك .

لقد تبين بكل وضوح ان الجدول الاخير الذى تم التوصل اليه لحل المشكلة الحالية يمثل الحل الامثل ،وذلك لان اي محاولة لتحسين هدف المخزون سيكون حتى على حساب هدف الربح ، وعليه اذا تغيرت

اولويات هذه الاهداف ،فان هذا الجدول لن يكون هو جدول الحل الأمثل ، لأن هدف المخزون سيأخذ الآن اسبقية على هدف الربح .

وعلى ذلك اذا اعتبرنا ان هدف المخزون هو الذى يمثل هدف الاولوية الاولى ، وقمنا بتحسين الحل عن طريق ضم المتغير ($ف_1^-$) الى الحل باعتباره انه المتغير ذات القيمة السالبة الوحيدة بصف صافى التغير لهدف المخزون ، فسيكون المتغير الخارج في هذه الحالة هو المتغير($ف_2^+$)، وبعد اجراء التحسين سنصل الى جدول جديد يطابق تماما الجدول الثالث للحل لتلك المشكلة وفقا لمستوى الاولويات الاصلية ، ويلاحظ ان ذلك الجدول الجديد هو الجدول الامثل بالنسبة لتغير درجات الاولوية . وسيكون صف صافى التغير لهدف الاولوية الاولى(وهو الآن $ل_2$) كله قيما صفرية او موجبة وهذا يشير الى عدم امكانية تحسينه عن طريق ضم المتغير ($ف_2^+$) الى مجموعة المتغيرات الاساسية ، الا أن اعادة ترتيب الاهداف يمنعنا من عمل ذلك ، لأن المتغير ($ف_2^+$) له قيمة صافى تغير مقدارها (+١) في هدف الاولوية العليا الجديد (المخزون) .

ان هذا المثال البسيط قد أوضح بجلاء انه يمكن اختبار تأثير اعادة ترتيب اولويات الاهداف بقليل من العمليات الحسابية المطلوبة والتي قد لاتخرج عن اتمامها بمجرد النظر ، هذا على الرغم من الاهمية القصوى لذلك التحليل لرجال الادارة ومتخذى القرارات . اذ انه يتيح لهم حلولا بديلة اكثر للاختيار من بينها . وبالنسبة لمثالنا الحالى سيكون امام الادارة بديلين يمكن الاختيار من بينهما وهما :

ترتيب الاولويات		قيم المتغيرات القرارية		مستوى تحقق الهدف	
اولى	ثانية	$س_1$	$س_2$	الربح	المخزون
الربح	المخزون	٤٠٠	٦٤٠٠	٧٠٠٠٠	٦٨٠٠
المخزون	الربح	٢٢٠٠	٢٨٠٠	٦١٠٠٠	٥٠٠٠

حالة وجود اكثر من هدف له نفس الاولوية :

في بعض الاحيان نجد ان هناك اكثر من هدف من أهداف المشكلة يأخذ نفس مستوى الاولوية ، فمثلا بفرض انه فى مشكلة شركة انتاج اجهزة الفيديو ،كان هدف الحد الادني لانتاج اجهزة الفيديو كبيرة الحجم ،وهدف انتاج اجهزة الفيديو صغيرة الحجم ، يأخذان كليهما مستوى الاولوية الثانية ، أي ان ترتيب اولويات حالة تلك الشركة اصبحت كالآتي :

هدف الاولوية الاولى : تحقيق ارباح لاتقل عن ٢٠٠٠٠ جنيه
هدف الاولوية الثانية : انتاج ١٠٠ جهاز فيديو كبير الحجم على الاقل ،وانتاج ٢٠٠ جهاز فيديو صغير الحجم على الاقل .
هدف الاولوية الثالثة : تجنب التشغيل لوقت اضافي .

ويمكننا ان نعالج مثل هذه الحالة بأسلوب برمجة الاهداف عن طريق تعيين متغيرى الانحراف المقابلين لنفس مستوى الاولوية ، ومن ثم اضافة قيمة كل منهما الى دالة الهدف لذلك تكون دالة الهدف على الصورة التالية :

$$\text{تخفيض } ف_4^+ \;\Big|\; \text{نهاية صغرى } (ف_2^- + ف_3^-) \;\Big|\; \text{نهاية صغرى } ف_1^-$$

ومن هذه الدالة نلاحظ اننا قد اعطينا وزنا متساويا مقداره (١) لكل متغير انحراف عند مستوى

الاولوية الثانية . الا انه ليس من الضرورى ان نعطي وزنا متعادلا بل يمكن لمزيد من الدقة ان نعطى اوزانا ترجيحية مختلفة لمتغيرات الانحراف تعكس الاهمية النسبية داخل الاولوية المعينة ، ان ذلك يعتبر ضرورى خاصة اذا كانت المتغيرات مقاسة بوحدات غير متماثلة (جنيهات ، وحدات انتاج ، ساعات عمل) ، وذلك كله بغرض تحقيق التكافؤ .

من ناحية اخرى قد يكون من المفضل استعمال اوزان للانحراف لتشير الى تلك المتغيرات التى ليس لها نفس التأثير . فمثلا اذا كانت الشركة قد رأت أن التقصير فى تسليم اجهزة الفيديو كبيرة الحجم أكثر تأثيرا بمقدار ثلاث مرات عن التقصير فى تسليم اجهزة الفيديو صغيرة الحجم ، فانه يمكن تضمين تلك النواحي فى دالة الهدف كالآتي :

تخفيض $ف_{٤}^{+}$ | نهاية صغرى $(٣ف_{٢}^{-} + ف_{٣}^{-})$ | نهاية صغرى $ف_{١}^{-}$

* *

اسئلة وتطبيقات على الفصل الرابع :

١- ماهي الحاجة الملحة التى أوجبت ظهور نموذج برمجة الاهداف ؟ وهل نموذج البرمجة الخطية وحيدة الهدف لم يعد صالحا للتطبيق فى معالجة المشاكل التى تواجه المشروعات ؟ .

٢- بماذا تفسر عدم التمكن من وجود حل ممكن لمشكلة ما من مشاكل البرمجة الخطية ؟ وماهو الاسلوب الذى يمكن الالتجاء اليه لعلاج هذه الحالة ؟

٣- قارن بين خطوات الحل بطريقة السمبلكس فى حالة مشكلة وحيدة الهدف وأخرى متعددة الاهداف .

٤- علل " لماذا اذا تضمن جدول الحل الأمثل واحد أو أكثر من المتغيرات الاصطناعية فى صورة متغير اساسي ،فان المشكلة على الصورة التى تم صياغتها عليها ليس لها حل أمثل .

٥- هل من الضرورى ان يتم وضع أولويات للأهداف في حالة تعددها فى نموذج برمجة الاهداف ؟ وماهو الاجراء الذى يتبع اذا تبين انها جميعا على نفس القدر من الأهمية ؟ .

٦- ماهو الفرق بين الهدف، والقيد ؟

٧- ماهو مفهومك لمصطلح انحراف التجاوز ، ومصطلح انحراف عدم التحقق ؟

٨- تقوم شركة القاهرة لصناعة الآلات الحاسبة بانتاج حاسبات للجيب ،وقد تمكنت من خلال تجاربها وابحاثها التوصل الى نموذجين من هذه الحاسبات يمتازان برخص اثمانهما ،وهى تفكر حاليا فى انتاج هذه الحاسبات خاصة بعد ان تلقت طلبات من العملاء

للتوريد للاسبوع القادم. وقد واجه مدير التخطيط مشكلة تحديد كمية الانتاج من كل من هذين النموذجين فى ضوء الاهداف والطاقات المحددة، ولهذا الغرض تم تجميع البيانات التالية :

النموذج	هامش الربح	قسم التصنيع	قسم التجميع	رقائق الخشب
$س_1$	٧	٣	٢	١
$س_2$	١٠	٢	٤	—

فاذا علمت ان الادارة العليا للشركة قد حددت أن تكون الخطة الموضوعة تستهدف الآتي :

هدف الاولوية الاولى : تحقيق ارباح مقدارها ١١٦ جنيه على الاقل فى الاسبوع القادم.

هدف الاولوية الثانية : تجنب استخدام اكثر من ١٠ وحدات من رقائق الخشب.

هدف الاولوية الثالثة : انتاج ٨ وحدات على الاقل من النموذج $س_1$.

هدف الاولوية الرابعة : تجنب استخدام اكثر من ٣٦ ساعة من قسم التصنيع.

هدف الاولوية الخامسة : تجنب استخدام اكثر من ٤٠ ساعة من قسم التجميع.

هدف الاولوية السادسة : انتاج ٧ وحدات على الاقل من النموذج $س_2$.

والمطلوب منك ايجاد المزيج الانتاجي الأمثل في ضوء الاهداف الموضوعة من قبل ادارة الشركة.

٩- بفرض ان احدى الشركات تقوم بانتاج منتجين وكل منتج منهما يمر بعمليتين انتاجيتين في قسمين، وان طاقة هذين القسمين هى ٣٠ ساعة للقسم الاول،

٦٠ ساعة للقسم الثاني يوميا ، وان كل وحدة من المنتج الاول تحتاج ٢ ساعة من القسم الاول و ٦ ساعات من القسم الثاني .

اما المنتج الثانى فان كل وحدة منه تحتاج الى ثلاث ساعات من القسم الانتاجي الاول ، و ٤ ساعات من القسم الانتاجي الثاني . والمطلوب ان تحدد للادارة المزيج الانتاجي الامثل فى ضوء الاهداف التى وضعتها الادارة مرتبة ترتيبا تنازليا كالآتي :

أ ـ انتاج ١٠ وحدات على الاقل من المنتجين معا .

ب ـ انتاج ٧ وحدات من المنتج الثاني على الاقل .

جـ ـ تجنب التشغيل الاضافى للقسم الاول .

د ـ تجنب التشغيل الاضافى للقسم الثاني .

هـ ـ انتاج ٤ وحدات على الاقل من المنتج الاول.

* *